

## 主動式振動控制應用於低頻加速規靈敏度校正系統

劉雲輝<sup>1</sup> 李百堂<sup>2</sup> 黃宇中<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 南台科技大學機械系助理教授

<sup>2</sup> 工業技術研究院量測技術發展中心研究員

e-mail : 1 [yhliu@mail.stut.edu.tw](mailto:yhliu@mail.stut.edu.tw)

2 [bai-tanglee@itri.org.tw](mailto:bai-tanglee@itri.org.tw)

### 摘要

本文主要是運用適應性控制理論進行低頻振動主動控制的研究，並自行改裝製作音圈致動器作為控制驅動源，改善傳統使用壓電致動器作為控制源所造成之隔振平台自然頻率偏移的問題。本文採用低頻電壓靈敏度校正系統隔振平台作為實驗研究之基本模組，針對隔振平台共振頻率附近的低頻振動進行主動控制研究。實驗結果顯示在 2Hz 振動情況下，主動控制的效率達到 94.2 %，證實本方法可以有效抑制隔振平台之低頻振動。

**關鍵字：** LMS 演算法、FIR 控制器、目標函數、最陡下降演算法

### Abstract

Adaptive control theory has been employed to study the active vibration control of low frequency calibration system. Voice coil is remodeled to stand for the driving source of control to improve the problem of the nature frequency shift of an isolated platform occurred in using traditional PZT actuator as a control source. The active vibration control is focused on to reduce the vibration amplitude of the near resonant frequency of the system. There is 94.2 % reduction of the vibration amplitude at 2Hz after the active control module execution. This method is verified to reduce the amplitude of low frequency vibration of platform, effectively.

**Keywords :** LMS algorithm, FIR controller, object function, steepest descent algorithm

### 一、前言

國家度量衡標準實驗室之振動研究室原級低頻加速規靈敏度校正系統，是專門用來校正低頻加速規或振動計之原級(primary)系統，是利用光干涉原理計算激振器振動時之條紋數變化，進而算出振動位移量，由於利用此種原理之系統是屬於最高標準，為了達到最佳能力的校正，相關之設備需符合 ISO 16063-11 [1]的規範，如此才能得到一最佳的校正值，即所謂最小的量測不確定度與最接近真值的量測值。此低頻校正系統原始之比較式量測不確定度高達 4.6%，系統改良計劃首重在隔振改善與效率評估，唯有在一控制下的環境振動，才能真正反應實際量測值，才能有效的降低量測不確定度。為了降低環境振動對雷射干涉光學系統的影響，將此光學系統架設在被動式隔振平台上，此隔振平台的自然頻率約為 3.25Hz。然而原級低頻校正系統在使用時，系統中的電磁激振器會產

生很大之低頻振動量，而為了降低此低頻振動對雷射干涉光學系統的影響，本文運用主動控制理論以音圈(voice coil)致動器施力於隔振平台，達到抑制隔振平台低頻振動量的目的。

本文與傳統研究方向最大的不同處在於使用音圈致動器作為控制驅動源，改善傳統使用壓電致動器作為控制源所造成之隔振平台自然頻率偏移的問題[2~5]。在控制理論方面，根據適應性控制理論推導出適用於低頻微振動控制的 Filtered-X LMS 演算法[6~7]，並應用 LabVIEW 軟體完成演算法之實驗程式。最後，本文以低頻校正系統之光學系統隔振平台作為控制對象，進行主動式振動控制實驗。

## 二、控制理論分析

本文主要採用 FIR 作為控制器的數學模式，即

$$y[n] = \mathbf{A}^T \mathbf{X}[n] \quad (1)$$

式中， $\mathbf{A} = [a_0 \ a_1 \ a_2 \ \dots \ a_M]^T$  是控制系統的單位衝量響應函數(impulse response function)，又稱之為加權係數向量，上標 T 是矩陣轉置運算。 $\mathbf{X}[n] = [x[n] \ x[n-1] \ \dots \ x[n-M]]^T$  是輸入參考訊號的行向量，而  $y[n]$  為輸出控制訊號，係用來調整 voice coil 致動器的強度與相位。此控制器的階數為  $M+1$ 。適應性控制的目標是輸出適當的控制訊號  $y[n]$ ，以調整音圈致動器的強度與相位達到最佳的狀況，使得控制後振動訊號  $\epsilon[n]$  平方的期望值降至最小。即採用之目標函數(object function)為

$$J = \mathbf{E}(\epsilon[n]^2) \quad (2)$$

上式中， $\mathbf{E}()$  為期望值的運算子， $\epsilon[n]$  是隔振平台上之控制後振動訊號，係由環境振動  $d[n]$  與 voice coil 產生之控制振動波疊加而成，即

$$\epsilon[n] = \mathbf{Y}[n]^T \mathbf{H}_E + d[n] \quad (3)$$

式中， $\mathbf{Y}[n] = [y[n] \ y[n-1] \ \dots \ y[n-L]]^T$  是一個  $L+1$  階的行向量； $\mathbf{H}_E = [h_0 \ h_1 \ h_2 \ \dots \ h_L]^T$  為誤差路徑(error plant)的單位衝量響應函數向量，其響應的組成包含低通濾波器、功率放大器、音圈致動器、致動器至加速規之間的振動波波場、以及加速規的響應。 $d[n]$  為加速規量測之原始環境振動訊號(即 voice coil 致動器無運作時的振動訊號)。須注意的是，誤差路徑所包含真實系統的響應為類比響應，此處則以  $L+1$  階的單位衝量響應函數向量  $\mathbf{H}_E$ ，予以近似模擬。

當輸入訊號  $x[n]$  與欲衰減之噪音訊號  $d[n]$  皆為穩態(stationary)訊號時，加權係數向量會有一個最佳值  $\mathbf{A}_{\text{optimal}}$ ，使(2)式之目標函數達到最小值。雖然在控制前無法求得加權係數向量  $\mathbf{A}$  之最佳解，然卻可從目標函數的梯度向量

$$\nabla = \left[ \frac{\partial J}{\partial a_0} \quad \frac{\partial J}{\partial a_1} \quad \dots \quad \frac{\partial J}{\partial a_M} \right]^T \quad (4)$$

獲得使目標函數增大的方向。而對於任一個加權係數向量  $\mathbf{A}_i$ ，只須求得其所對應的梯度  $\nabla_i$ ，然後朝著梯度  $\nabla_i$  的反方向改變  $\mathbf{A}_i$  之值即可。即

$$\mathbf{A}_{i+1} = \mathbf{A}_i + \mu(-\nabla_i) \quad (5)$$

(5)式即為反覆不斷修正加權係數向量  $\mathbf{A}$  的最陡下降演算式 (Steepest Descent Algorithm)，下標  $i$  代表第  $i$  次修正值， $\mu$  為收斂係數，係用於控制系統的收斂速度與穩定性，亦可稱為步階參數 (step-size parameter)。

事實上，要求取得  $\mathbf{J} = \mathbf{E}(\varepsilon[n]^2)$  之正確梯度  $\nabla$  是相當困難的，取代的方法是藉由短時間之  $\varepsilon[n]^2$  平均值的偏微分量，估測近似的梯度值  $\hat{\nabla}$  (帽子符號  $\hat{\cdot}$  代表估測值)。因此，每一次適應性訊號處理的疊代循環過程 (iteration) 中，可獲得之梯度估測值為

$$\hat{\nabla} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \varepsilon[n]^2}{\partial a_0} \\ \frac{\partial \varepsilon[n]^2}{\partial a_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial \varepsilon[n]^2}{\partial a_M} \end{bmatrix} = 2\varepsilon[n] \begin{bmatrix} \frac{\partial \varepsilon[n]}{\partial a_0} \\ \frac{\partial \varepsilon[n]}{\partial a_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial \varepsilon[n]}{\partial a_M} \end{bmatrix} = 2\varepsilon[n] \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^L x[n-i]h[i] \\ \sum_{i=0}^L x[n-i-1]h[i] \\ \vdots \\ \sum_{i=0}^L x[n-i-M]h[i] \end{bmatrix} \quad (6)$$

在適應性訊號處理的循環過程中，(6)式獲得之梯度估測值  $\hat{\nabla}_n$  可能會含有估測誤差，而與  $\mathbf{J} = \mathbf{E}(\varepsilon[n]^2)$  的梯度  $\nabla$  有所偏移。最好的改善方法是，每個循環過程中皆估測  $\hat{\nabla}_n$ ，但是並不立刻代入(5)式修正加權係數向量  $\mathbf{A}$ 。經過數次循環過程後，再平均這段時間的梯度估測值  $\hat{\nabla}_n$ ，此平均值  $\overline{\hat{\nabla}}_n$  將可以趨近於真實的梯度  $\nabla$ ，此時再將此平均值代入(5)式修正加權係數向量  $\mathbf{A}$ 。即

$$\mathbf{A}_{i+1} = \mathbf{A}_i - 2\mu \begin{bmatrix} \varepsilon[n] \sum_{i=0}^L x[n-i]h[i] \\ \varepsilon[n] \sum_{i=0}^L x[n-i-1]h[i] \\ \vdots \\ \varepsilon[n] \sum_{i=0}^L x[n-i-M]h[i] \end{bmatrix} \quad (7)$$

上式中，加權係數向量的初始值  $\mathbf{A}_0$  可設定為零向量，而步階參數  $\mu$  範圍的限制則需視輸入參考訊號與誤差路徑響應函數而定。圖一為 Filtered-X LMS 適應性控制之訊號流程圖。

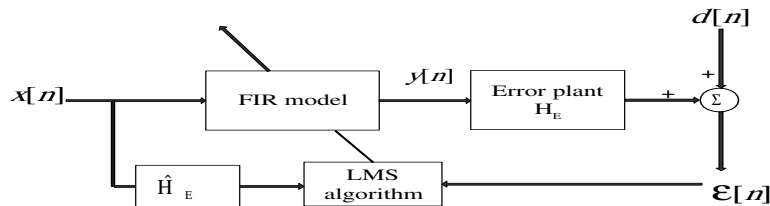


圖 1：Filtered-X LMS 適應性控制之訊號流程圖

### 三、實驗架構與結果

本文以低頻校正系統之光學系統隔振平台作為控制對象，進行主動式振動控制實驗，實驗架構如圖二所示。許多主動式振動控制研究採用 PZT 壓電致動器，以微小位移控制而言，以 PZT 作為主動控制致動器是許多研究採用的方式，由於 PZT 的位移解析度可達 1 nm 左右，行程範圍亦有 90 $\mu$ m，十分適合作為微振動的致動器，且其出力可達 1500N，對於一般精密儀器設備的低頻率振動控制而言是足夠的。然而 PZT 致動器的非線性磁滯效應使得控制不易，且 PZT 致動器與隔振平台接觸方式將影響隔振平台原本之隔振效能，可能造成控制效果不佳。

本文採用之音圈致動器作為電磁力驅動方式，對隔振平台邊界條件的影響很小而可以忽略，即不會影響隔振平台原本之隔振效能。

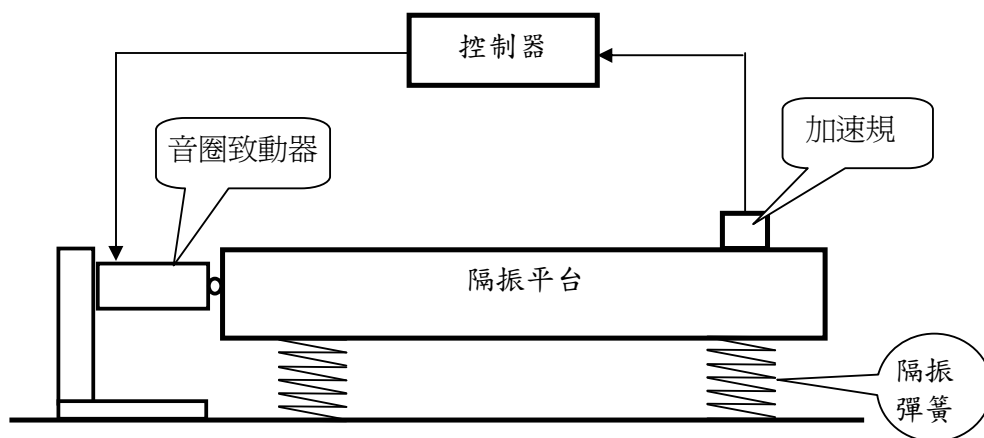


圖 2：主動控制實驗架構

原級低頻校正系統的運作是採取單頻逐步校正，其中在進行 2Hz 校正時，與隔振平台自然頻率最為接近，產生之振動亦較為嚴重，圖三是主動控制前，隔振平台之振動頻譜圖，2Hz 之振動量達到 3.96  $\mu$ g；而圖四是主動控制系統啟動後，隔振平台之振動頻譜圖，2Hz 之振動量降至 0.228  $\mu$ g。定義主動隔振的效率  $\eta$  如下：

$$\eta = \frac{\text{控制前的振幅} - \text{控制後的振幅}}{\text{控制前的振幅}} \times 100\% \quad (8)$$

則由(8)式可以計算出本文提出之主動式振動控制法則的運用，使振幅衰減 94.2%，有效的抑制振動。

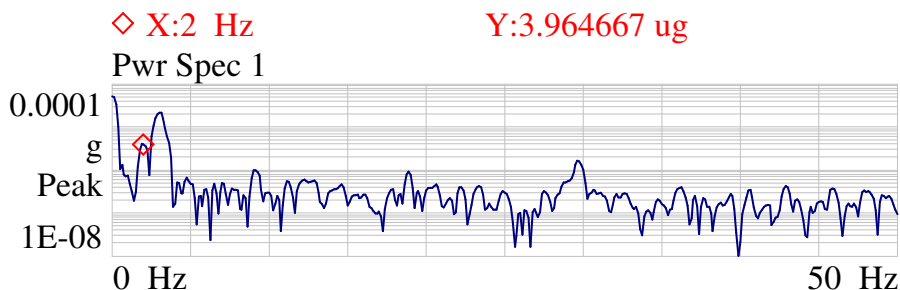


圖 3：控制前，校正系統進行 2Hz 校正工作時隔振平台之振動頻譜

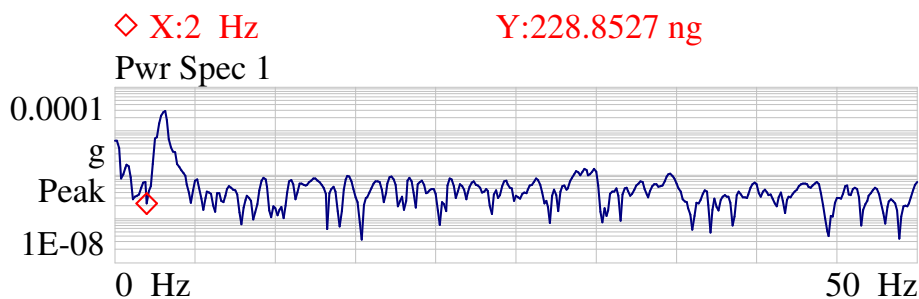


圖 4. 控制後，校正系統進行 2Hz 校正工作時隔振平台之振動頻譜

#### 四、結論

本文運用適應性控制理論與音圈致動器完成低頻振動主動控制的研究，經由在國家度量衡標準實驗室之原級低頻加速規校正系統上實驗，證實此方法可以有效抑制隔振平台之低頻振動，進而降低標準系統之量測不確定度。

#### 參考文獻

- [1] "Methods for the calibration of vibration and shocks transducers-Part 11: Primary vibration calibration by laser interferometry", International Standard ,1<sup>st</sup> edition 1999-12-15.
- [2] S.O.R. Moheimani, H.R. Pota, I.R. Petersen, "Spatial control for active vibration control of piezoelectric laminates", Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control, Vol.4 ,16-18 Dec 1998, pp.4308 -4313
- [3] S. Yoshikawa, A. Bogue, B. Degon, "Commercial application of passive and active piezoelectric vibration control", Proceedings of the Eleventh IEEE International Symposium on Applications of Ferroelectrics, 1998, pp.293 -294
- [4] C. R. Fuller, S. J. Elliott, and P. A. Nelson, Active Control of Vibration. New York: Academic, 1996
- [5] C. H. Hansen and S. D. Snyder, Active Control of Noise and Vibration: E. FN. Spon, 1997
- [6] Bernard Widrow, Samuel D. Stearns, Adaptive Signal Processing, Prentice- Hall, Inc. 1985
- [7] K. J. Astrum, B. Witenmark, Adaptive Control, Addison-Wesley Publishing Company, 1995