

和弦鐵琴片之聲音特性與設計分析 Sound Characteristics and Design Analysis of the Metallophone Bar with Chord

王栢村¹、謝明憲²

摘要

本文對兩種具有 C 和弦音組成之鐵琴片形狀，分別以鋁合金及不銹鋼材質製成實體鐵琴片，並利用麥克風作為感測器，進行 C 和弦鐵琴片敲擊之聲音量測分析，經實驗量測得鐵琴片之聲音頻譜及峰值頻率，進而探討不同敲擊位置之發聲效果及正確性，並利用不同材質敲擊工具，探討和弦鐵琴片之聲音頻率與振幅比較，選擇出合適的敲擊工具。最後再運用有限元素分析方法，將 C 和弦鐵琴片進行幾何形狀結構之變更，結果顯示鐵琴片厚度變化及形狀比例縮放後的自然頻率，與原尺寸和弦鐵琴片之自然頻率呈現特定的比例倍數關係。本文建立之 C 和弦鐵琴片形狀設計方法，經由實體量測分析驗證，將有助於 C 和弦鐵琴片形狀更精準的設計參考，並可應用於其他和弦組之設計。

關鍵字：鐵琴、和弦、自然頻率、聲音頻譜

Abstract

This work performs the percussion sound measurement and characteristic study on two types of metallophone bars with C chord sound. Both the aluminum and stainless steel materials are, respectively, applied to produce the metallophone bars. The microphone is used as the sensor to measure the percussion sound spectrum and identify the peak resonant frequencies so as to discuss the sound characteristics while the bar is struck at different locations. Different striking tools are also evaluated for selecting the proper one to generate the chord sound. Finally, the finite element analysis is adopted to perform geometry modification. Results show that the thickness and the scaled shape of the bar alter the bar natural frequencies in a scale relation. This work establishes the design guidelines for the C chord metallophones and also validates the analytical approach that will be beneficial to the design of other types of chord metallophone bars.

Keywords: metallophone, shape design, natural frequency, sound spectrum

¹屏東科技大學機械工程系教授

²屏東科技大學機械工程系研究生

一、前言

在鐵琴樂器中，一塊音板代表著一個音階，鐵琴由眾多不同音階之音板所組合而成，並利用敲擊錘敲擊音板來發聲，在演奏時，若欲擊出和弦音，則需以多根敲擊錘同時敲擊不同音階之音板來達成和弦音，目前市面上之鐵琴皆沒有和弦音之鐵琴片設計。

王等人[1]探討鐵琴片之振動與聲音的關聯性，量測鐵琴片敲後之聲音頻譜響應，得知鐵琴片之基本頻率，並以基本頻率與振動模態得到其對應關係。王等人[2]以加速度計與麥克風為感測器，對鐵琴片進行實驗模態分析之比較，結果顯示使用加速度計與麥克風所量得之自然頻率均相當吻合，證實麥克風當感測元件是可行的。Chaigne[3]研究了木琴本身的構造以及它的形狀，並對敲擊工具木槌做相關的分析。Bretos *et al.* [4]是運用有限元素分析木琴之木條結構的模態振型，並且探討木條截面對於自然頻率與模態振型的影響，從中可發現木條在非均勻的材料特性下，其楊氏係數對側向振動模態影響最大，可作為往後此類型研究的參考依據。Doutaut *et al.* [5]以自由樑理論分析木琴受敲擊的時間域及頻率響應預測，其理論分析結果與實驗量測結果有良好的吻合性。

Kopac and Sali[6]則是探討吉他在不同材質木板下之頻率響應，研究中可發現，對高密度的峰值而言，其薄板表面的兩個支撐物會增加薄板的徑向硬度，這個結果將導致增加模態數量(頻率峰值)。因此，在使用不同方式的音板表面結構上之差異，將會造成不同的蒲松比、彈性係數、剪力係數與不同薄板的平均密度。Elejabarrieta *et al.* [7]則提出運用有限元素分析方法與實驗模態分析技術，來研究吉他共鳴箱之振動情形，並且將兩種結果作為模型驗證的方法，成功地驗證有限元素分析的可行性。Ezcurra[8]主要在探討其材料對於自由吉他薄板低頻模態的影響，確定吉他薄板在不同材料參數變異的影響。然而研究過程中，發現對吉他薄板自然頻率與模態振型影響最大的參數為楊氏係數，其密度只是作為一個可改變頻率值的參數，雖然它不會改變模態型態或比例性的頻率關係，不過其剪力係數與蒲松比都不會影響到實驗所得之結果。

本文是運用有限元素分析軟體與頻譜分析儀，對兩種具 C 和弦鐵琴形狀[9]已申請之專利實質審查中，進行理論與實驗量測分析，求得該和弦鐵琴片之模態參數，包括自然頻率及所對應之模態振型，主要研究目的如下所示：

1. 具 C 和弦鐵琴片之模型驗證：將設計出具 C 和弦鐵琴片形狀以雷射加工切割出實體，以理論分析之模態振型規劃實驗敲擊點，並逐一驗證敲擊點發聲的效果。
2. 不同材質衝擊錘對鐵琴片聲音量測分析：利用不同材質衝擊錘敲擊 C 和弦鐵琴片預期的發聲點，將量測得到之聲音訊號傳入頻譜分析儀中作分析，以得到聲音功率頻譜密度函數。
3. C 和弦鐵琴片幾何形狀結構變化：將具 C 和弦鐵琴片厚度變化及形狀尺寸做比例縮放，以瞭解具 C 和弦鐵琴片之幾何形狀結構變化對自然頻率的影響，並進一步做其他和弦組的設計。

二、有限元素分析

本文引用貝茲曲線特性，配合 ANSYS 最佳化設計方法，以結構對稱性進行模型建構，設定鐵琴片長度為 122mm，寬度則是利用最佳化分析時進行置定，設計出兩種具 C 和弦鐵琴片之有限元素模型，表 1 為 C 和弦鐵琴片材料性質。

圖 1 為鐵琴片有限元素模型示意圖，本文利用 ANSYS 有限元素軟體進行最佳化分析，假設鐵琴片材料為等向性且為均質性，並符合虎克定律之假設，元素形式採用線性四邊形殼元素(Shell 63)來建構鐵琴片，元素分割採以每邊長 0.003m 為一單位進行分割，在設定位移限制及負荷條件方面，因鐵琴片採自由邊界，位移限制不需設定，在模態分析時亦不需設定負荷條件。

表 1 鐵琴片材料性質

楊氏係數(N/m ²)	密度(kg/m ³)	浦松比
0.1847*10 ¹²	7468	0.27

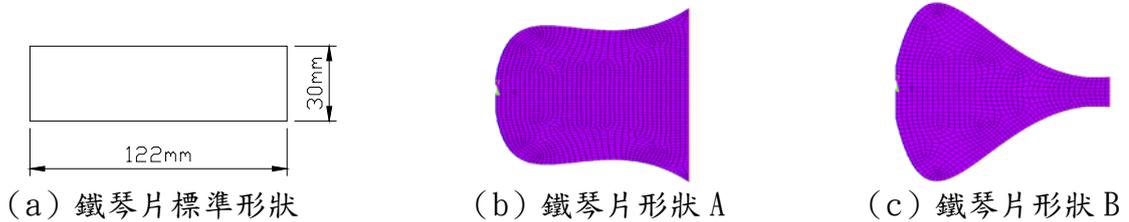


圖 1 鐵琴片有限元素模型

三、和弦鐵琴片聲音量測

具 C 和弦鐵琴片之模型驗證，首先選擇鋁合金 6061 以 AL 代表及不銹鋼 430 以 ST 代表二種不同材質分別以雷射加工製作出 C 和弦鐵琴片形狀 A 及 B 兩種形狀共四片，如圖 2 所示，並以不同材質之敲擊工具，逐一敲擊量測規劃點，以判斷實體鐵琴片之模態振型特性是否與理論分析吻合。

3-1 鐵琴片敲擊點之規劃

將 ANSYS 有限元素分析軟體分析出來具 C 和弦鐵琴片 A、B 兩種形狀，依據其模態振型分別規劃出其節線交點，作為實驗分析量測的敲擊點。圖 3 為鐵琴片形狀 A 之模態敲擊點規劃圖，由圖中可看出形狀內虛線代表各模態振型的節線，分別以數字區別；各模態振型節線的交點，即為預計敲擊的點，也分別以順序編號之。同理，圖 4 為鐵琴片形狀 B 之模態敲擊點規劃圖。

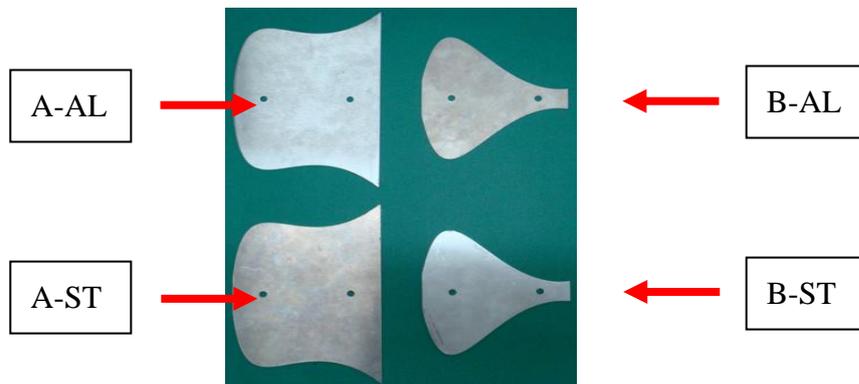


圖 2 鐵琴片形狀 A、B 實體圖

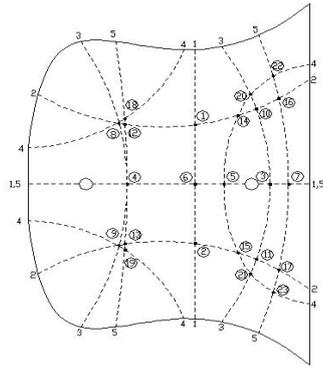


圖 3 鐵琴片形狀 A 之模態敲擊點規劃圖

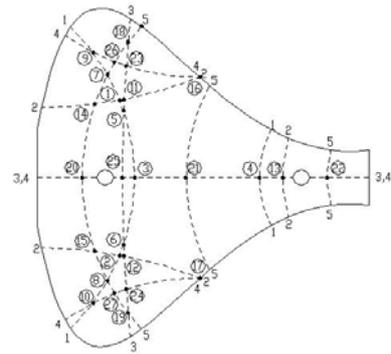


圖 4 鐵琴片形狀 B 之模態敲擊點規劃圖

3-2 鐵琴片實驗儀器架設

本文實驗分析設備架構如圖 5 所示，首先將衝擊錘接於 SigLab 頻譜分析儀之 channel A 輸入模組，再將麥克風接於 channel B 輸入模組，透過介面將頻譜分析儀與安裝後處理軟體之個人電腦相互連接。實驗原理是以衝擊錘對鐵琴片激振，由麥克風量取鐵琴片之響應訊號，經過放大器將訊號傳入頻譜分析儀，頻譜分析儀對輸入模組之訊號作快速傅立葉轉換，求得鐵琴片之聲音功率頻譜密度函數。

在 C 和弦鐵琴片聲音量測實驗之前，必須先確認量測環境的背景噪音的大小，若在 C 和弦鐵琴片量測到的聲音頻譜峰值大於背景噪音 10dB 以上，就表示可以不考慮背景噪音的影響，而實驗敲擊所量得之聲音值是有效的；麥克風距離鐵琴片的位置並無一定的標準，以實際量測到聲音值為準，本實驗以距離鐵琴片 3~5cm 作為基準量測。

實驗過程的第一步驟必須完成 SigLab 頻譜分析儀的設定，頻寬的大小影響到訊號的取樣時間，本文在聲音量測分析頻寬以 10000Hz 為主，解析度 8192 條。將鐵琴片 A、B 依圖 3 及圖 4 所示畫上敲擊點，然後以棉線懸掛於支撐架上，再以衝擊錘敲擊鐵琴片上的測試點，並逐一記錄，圖 6 為實體聲音量測設備架構圖。

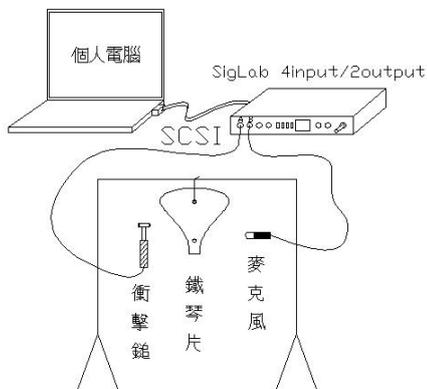


圖 5 實驗分析設備架構圖



圖 6 實體聲音量測設備架構圖

四、結果與討論

本文主要是針對 C 和弦鐵琴片之聲音特性與振動模態作關連性分析，利用雷射加工將有限元素分析出來的模型，製作成鋁合金及不銹鋼兩不同材質之鐵琴片，並規劃預期敲擊的節點，再透過 SigLab 頻譜分析儀以衝擊錘及麥克風量測敲擊鐵琴片聲音，以得到該敲擊點之聲音頻率及振幅，分析探討其發聲的效果及正確性。

利用不同材質之敲擊工具對鐵琴片 B-AL 之交點 26 做聲音量測，探討其適合敲擊演奏鐵琴之工具。最後再對 C 和弦鐵琴片進行幾何形狀結構之變更，探討鐵琴片厚度變化及形狀比例縮放後之自然頻率，與原尺寸和弦鐵琴片之自然頻率呈現特定的比例倍數關

係，並發展出其他和弦組的設計。

4-1 不同敲擊位置之探討

表 2 為鐵琴片 A-AL 鋼鎚敲擊聲音頻率及振幅表，表 3 為鐵琴片 A-AL 鋼鎚敲擊之聲音頻譜圖表，就敲擊的結果做以下討論：

1. 交點 1 根據圖 3 所示，敲擊後應該出現模態數 F3、F4、F5，而實驗敲擊後由表 3 及表 4 可看出模態數 F3、F4、F5 分別出現 1096.875、1443.750、1668.750(Hz) 的聲音頻率及 78.845、72.539、72.109(dB) 的振幅，由此可明確驗證圖 3 與表 3、表 4 交點 1 敲擊後所出現的聲音頻率及振幅完全吻合，同理可證交點 2。
2. 交點 12 根據圖 3 所示，敲擊後應該出現模態數 F1、F3、F4，而實驗敲擊後由表 3 及表 4 可看出模態數 F1、F3、F4、F5 分別出現 578.125、1096.875、1443.750、1668.750(Hz) 的聲音頻率及 67.893、65.209、67.487、56.362(dB) 的振幅，F5 的聲音頻率雖然有激發出來，但其振幅與 F4 的振幅相差 10(dB) 以上，可以忽略此模態的影響，由此同理可驗證圖 3 與表 3、表 4 交點 12 敲擊後所出現的聲音頻率及振幅吻合，同理可證交點 14。

4-2 不同敲擊工具之探討

本小節以鐵琴片 B-AL 之 C 和弦發聲位置模態 F1、F2、F3 的交點 26，分別以鋼鎚、鼓棒、橡膠棒三種不同材質的敲擊工具對該點進行敲擊，並探討其發聲效果以及敲擊位置的可適性，以下為實驗之結果探討與分析：

1. 表 4 與表 5 中，分別以三種不同材質的敲擊工具，對交點 26 做敲擊，由模態 F1~F5 的聲音頻率與振幅可看出，C 和弦所對應模態為 F1、F2、F3，三種敲擊工具均能激發出其聲音頻率及振幅，唯敲擊的力道大小對振幅略有差異。
2. 三種敲擊工具在高頻的模態，可看出只有鼓棒有激發出模態 F4、F5 的聲音頻率及振幅，其他鋼鎚及橡膠棒均只有激發出模態 F5 的聲音頻率及振幅。
3. 在高頻的模態 F4、F5 可比較出鋼鎚與鼓棒的振幅均比橡膠棒的振幅小，而且與前三個模態之振幅值相差 10dB 以上，因此可忽略其高頻所激發的振幅峰值影響。
4. 由上述可得知材質越硬的衝擊鎚(如鋼鎚、鼓棒)比較容易明顯激發出高頻的峰值，不適合拿來進行敲擊；橡膠棒質地較軟，可克服高頻所激發之振幅峰值，故橡膠棒適於用來激發 C 和弦對應之鐵琴片聲音頻率。

4-3 幾何形狀結構變更及其他合弦組設計

運用有限元素 ANSYS 軟體分析，對 C 和弦鐵琴片其厚度與形狀尺寸做縮放，原鐵琴片厚度與尺寸比例 Scale=1，依序將 Scale=0.5、Scale=2、Scale=3 的縮放情形下，進行模態分析，其所得之結果與討論如下：

1. 在表 6 中，當厚度與形狀尺寸 Scale=0.5 時，其有限元素分析之自然頻率與原鐵琴片厚度與形狀尺寸 Scale=1 的自然頻率倍數為 2 倍，也就是厚度與形狀尺寸縮小 1/2 倍其自然頻率也會跟著放大 2 倍。同理當厚度與形狀尺寸 Scale=2、Scale=3 時，其自然頻率會跟著縮小 1/2 倍及 1/3 倍。
2. 上述現象現可以由簡支板之自然頻率參數式，探討頻率與厚度及尺寸長度的比例關係，如下式：

$$f_{mn} = \frac{\omega_{mn}}{2\pi} = \frac{\pi}{2} \left[\frac{m^2}{L_x^2} + \frac{n^2}{L_y^2} \right] \sqrt{\frac{D}{\rho t}} \quad (1)$$

其中，

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu)} \quad (2)$$

D 為板的彎曲剛性(bending rigidity of plate)， E 為楊氏係數， ν 為蒲松比， t 為板之厚度， ρ 為密度， L_x 、 L_y 分別為板的長、寬，將板的彎曲剛性代入式(1)，如下式：

$$f_{mn} = \frac{\omega_{mn}}{2\pi} = \frac{\pi}{2} \left[\frac{m^2}{L_x^2} + \frac{n^2}{L_y^2} \right] \sqrt{\frac{Et^3}{12(1-\nu)\rho t}} \quad (3)$$

其中，厚度 t 變更，外形尺寸長、寬 L_x 、 L_y 不變，可得下式：

$$f_{mn} \propto \frac{t}{L^2} \quad (4)$$

即鐵琴片的自然頻率與厚度大小成正比關係，與形狀長度平方成反比關係。

3. 在表 7 中，已知 $f_{mn} \propto \frac{1}{L^2}$ 為自然頻率與長度尺寸的平方成反比，故將 f_1 / f_c 之頻率比 $n=1.045$ 開根號，即可得 C 和弦鐵琴片形狀尺寸比例 $Scale=1.022$ 。欲設計 D 和弦及 E 和弦，已知 $D/C=1.122$ ， $E/C=1.26$ ，代入 $f_{mn} \propto \frac{1}{L^2}$ 方程式分別可得 D 和弦、E 和弦的外形尺寸比例 $Scale=0.944$ 及 $Scale=0.891$ ，將外形尺寸比例代入 C 和弦鐵琴片形狀尺寸，即可得到 D 和弦及 E 和弦的頻率結果。

五、結論

本文的主旨在於應用 ANSYS 有限元素分析軟體之最佳化設計方法，配合貝茲曲線方程式，設計出具 C 和弦鐵琴形狀。將設計出具 C 和弦鐵琴片形狀以雷射加工切割出實體，進行實驗敲擊，並利用不同材質的工具敲擊 C 和弦鐵琴片預期的發聲點，判斷適合鐵琴片敲擊的工具與最佳的敲擊位置。最後再探討 C 和弦鐵琴片厚度變化及形狀尺寸做比例縮放，以瞭解具 C 和弦鐵琴片之幾何形狀結構變化對自然頻率的影響，並進一步做其他和弦組的設計。綜合以上之討論，可得以下結論：

1. 經實驗敲擊 C 和弦鐵琴片，得到聲音頻率及振幅，成功的驗證有限元素模型的等效性，同時了解到鐵琴片聲音特性與振動的關連性。
2. 以不同材質工具敲擊量測聲音，經由聲音頻率與振幅結果，可了解鐵琴片 A 的 C 和弦發聲點是最佳的敲擊位置。而橡膠棒材質較軟，適合明確敲擊出 C 和弦的聲音頻率，並可克服高頻所出現的頻率。
3. 利用等比例縮放及厚度變化對 C 和弦鐵琴做幾何形狀之結構變更，由模態參數特性之關連性所得結果，可了解 C 和弦鐵琴片之自然頻率與厚成正比，與長度尺寸的平方成反比。以此為理論基礎，由 C 和弦鐵琴片設計出具 D 和弦及 E 和弦的鐵琴片組。
4. 目前設計出的 C 和弦鐵琴頻率誤差仍然較大，需再進一步的微調形狀尺寸，建議可增加控制點的數目以達精細調整的效果。

六、誌謝

本文獲得國科會專題研究計劃編號 NSC98-2221-E-020-009，部份補助，特此致謝。

七、參考文獻

1. 王栢村, 林怡馨, 2007, 「鐵琴片振動特性與聲音關聯性之探討」, 中華民國音響學會年會暨第二十屆論文發表會, 台北, 論文編號: C5。
2. 王栢村, 林怡馨, 2007, 「以加速度計與麥克風為感測器之鐵琴片實驗模態分析比較」, 中華民國力學學會第三十一屆全國力學會議, 高雄, 論文編號: H31。
3. Chaigne A., and Doutaut V., 1997, "Numerical Simulations of Xylophones. I. Time-Domain Modeling of the Vibrating Bars," The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 101, pp. 539-557.
4. Bretos, J., Santamaria, C., and Moral, J. A., 1999, "Finite Element Analysis and Experimental Measurements of Natural Eigenmodes and Random Responses of Wooden Bars Used in Musical Instruments," Applied acoustics, Vol. 56, pp. 141-156.
5. Doutaut V., Matignon, D., and Chaigne, A., 1998, "Numerical Simulations of Xylophones. II. Time-Domain Modeling of the Resonator and of the Radiated Sound Pressure," The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 104, No.3, pp. 1633-1647.
6. Kopac, J., and Sali, S., 1999, "The Frequency Response of Differently Machined Wooden Boards," Journal of Sound and Vibration, Vol. 227, No. 2, pp. 259-269.
7. Elejabarrieta, M. J., Ezcurra, A., and Santamaria, C., 2002, "Coupled Modes of the Resonance Box of the Guitar," Acoustical Society of America, Vol. 111, No. 5, pp. 2283-2292.
8. Ezcurra, A., 1996, "Influence of the Material on the Low Frequency Modes of a Free Guitar Plate," Journal of Sound and Vibration, Vol. 194, No. 4, pp. 640-644.
9. 王栢村, 謝明憲, 趙天麒, 2008, 「具和弦片之鐵琴構造」, 中華民國發明專利(審核中, 申請日期: 97.12.17, 申請案號: 097148875)。

表 2 鐵琴片 A-AL 鋼鉞敲擊聲音頻率及振幅表

交點	1		3		12		14	
	f (Hz)	dB						
F1	---	---	---	---	578.12 5	67.893	578.12 5	66.808
F2	---	---	753.12 5	81.103	---	---	756.25 0	54.042
F3	1096.8 75	78.845	---	---	1096.8 75	65.209	1096.8 75	60.823
F4	1443.7 50	72.539	1440.6 25	66.765	1443.7 50	67.487	1443.7 50	48.434
F5	1668.7 50	72.109	---	---	1668.7 50	56.362	1668.7 50	76.721

表 3 鐵琴片 A-AL 鋼鉞敲擊之聲音頻譜圖表

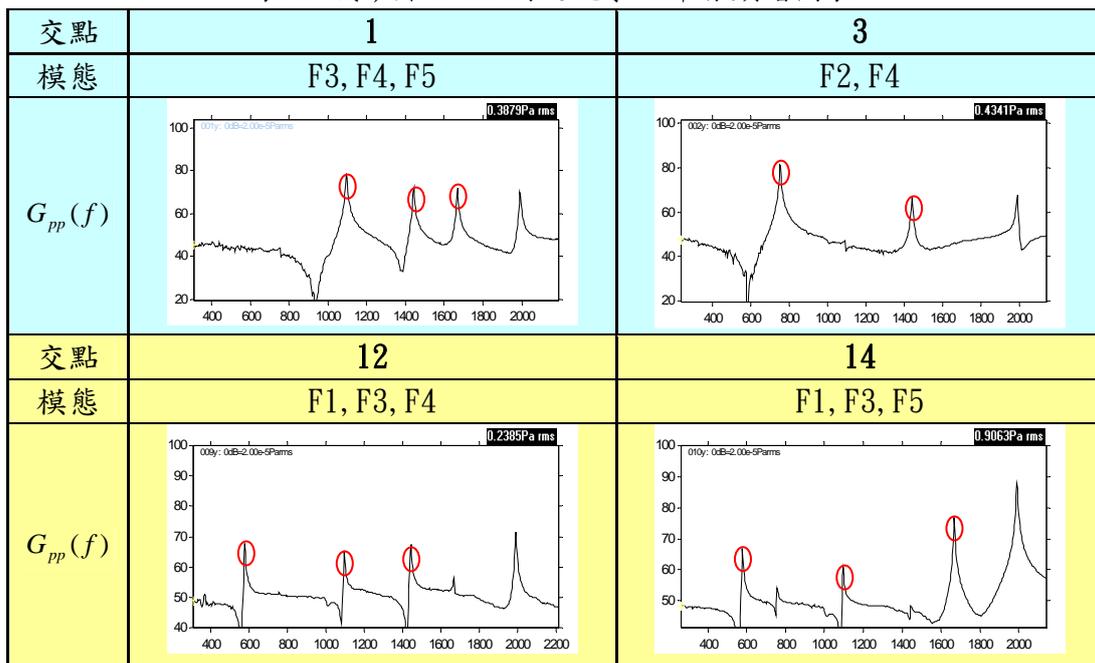


表 4 鐵琴片 B-AL 不同敲擊工具之聲音頻率及振幅比較表

工具 mode	交點 26		交點 26		交點 26	
	鋼鎚		鼓棒		橡膠棒	
	f(Hz)	dB	f(Hz)	dB	f(Hz)	dB
F1	1159.375	45.334	1162.500	57.775	1162.500	53.858
F2	1434.375	60.680	1434.375	75.172	1434.375	72.596
F3	1628.125	44.038	1628.125	63.929	1628.125	60.891
F4	---	---	3165.625	41.778	---	---
F5	3175.000	50.706	3178.125	34.679	3175.000	27.305

表 5 鐵琴片 B-AL 不同敲擊工具之聲音頻譜比較表

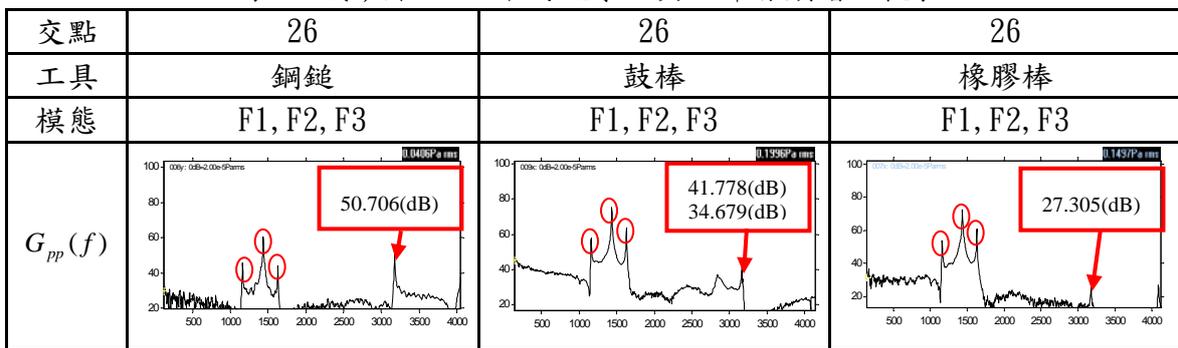


表 6 鐵琴片厚度與形狀比例縮放之模態振型表

項目 物理意義	A-AL-S1 (Scale=0.5)			A-AL-S (原鐵琴片模 型 Scale=1)			A-AL -S2 (Scale=2)			A-AL -S3 (Scale=3)			自然頻率比 例		
	模態	模態 振型	自然 頻率 f(Hz)	模態	模態 振型	自然 頻率 f(Hz)	模態	模態 振型	自然 頻率 f(Hz)	模態	模態 振型	自然 頻率 f(Hz)	S1 /S =1 /2	S2 /S =2	S3 /S =3
(2, 2)	1		1138 .6	1		569 .21	1		284 .57	1		189 .72	2	1/ 2	1/ 3
(1, 3)	2		1497 .7	2		748 .66	2		374 .31	2		249 .58	2	1/ 2	1/ 3
(3, 1)	3		2188 .3	3		109 3.7	3		546 .79	3		364 .70	2	1/ 2	1/ 3
(2, 3)	4		2892 .4	4		144 5.7	4		722 .74	4		481 .97	2	1/ 2	1/ 3
(3, 2)	5		3335 .4	5		166 7.1	5		833 .35	5		555 .51	2	1/ 2	1/ 3
(1, 4)	6		3989 .9	6		199 3.7	6		996 .62	6		664 .38	2	1/ 2	1/ 3

表 7 鐵琴片 A-AL 之 C/D/E 和弦頻率表

C 和弦					D 和弦				E 和弦			
C/C=1					D/C=1.122				E/C=1.260			
模態	目標 頻率 f_c	自然 頻率 f_1	外形尺寸*比例 例 1.022 得正確 C 和弦 頻率	誤差 (%)	模態	目標 頻率 f_D	C 和弦外 形尺寸*比 例 0.944 得正確 D 和弦頻率	誤差 (%)	模態	目標 頻率 f_E	C 和弦外 形尺寸*比例 0.891 得正確 E 和 弦頻率	誤差 (%)
3	1046 .5	1093 .7	1047.1	0. 06	3	1174 .7	1175.0	0. 03	3	1318 .5	1319.1	0. 05
4	1318 .5	1445 .7	1384.1	4. 98	4	1480 .0	1553.4	4. 96	4	1661 .2	1744.6	5. 02
5	1568 .0	1667 .1	1596.3	1. 80	5	1760 .0	1790.8	1. 75	5	1975 .5	2009.5	1. 72