

煞車系統之異音與振動分析

王昭男¹

謝正昌²

摘 要

本文主要探討目的是研究煞車系統元件對系統本身穩定性所造成的影響，利用煞車系統所產生之不穩定振動，進而預測煞車異音的生成。當煞車系統承受摩擦襯墊與碟盤接觸面間的摩擦力時，會有系統耦合共振現象發生，在本文裡，利用有限元素分析軟體，建立簡單煞車系統模型，並運用線性交接面連結元素建構出一非對稱勁度矩陣，描述摩擦襯墊與碟盤交接面之間的耦合作用力關係，進一步作模態分析，從計算所得到的複數特徵值判斷系統是否為穩定，進而預測可能發生煞車異音的頻率以及振動模態。最後藉由分析不同的系統參數值，探討系統參數對煞車系統穩定度的影響，其模擬分析的結果也許可作為改善煞車異音的建議。

關鍵字：煞車異音、非對稱矩陣、模態分析、複數特徵值

一、研究緣起與目的

煞車異音通常發生的頻率範圍介於 1~16kHz[1]，雖然目前並沒有精確的觀點來定義何謂煞車異音，不過一般是指在煞車作用時，其煞車系統發生持久且高頻率(>1kHz)的振動[2]，伴隨著異音的生成，此異音會令駕駛或乘客感到刺耳且不舒適，對車輛公司而言也會增加售後的服務成本，為了提升車輛的品質以及市場上的競爭力，車輛工業也都致力於煞車系統減噪的研究。

目前已有許多理論來解釋產生煞車異音的機制，也都能適當的應用於煞車系統上的動力學結構問題[2]，因此建立起許多模型針對煞車異音的問題進行分析，例如：利用二自由度結構物模型模擬煞車系統產生不穩定振動的機制，進而分析在何種系統參數條件下是可以防止不穩定的發生[3]；建立質量集中的參數模型，在摩擦襯墊與碟盤交接面之間運用均勻分布的彈簧模擬接觸狀態，分析摩擦襯墊的各項物理參數對煞車異音的影響[4]；設計不同摩擦襯墊的形狀，間接改變摩擦襯墊與碟盤交接面之間的耦合作用力關係而降低煞車異音[5]；藉由改變碟盤的楊氏係數影響碟盤的共振頻率，使得引起系統不穩定的模態疊加有退耦的現象，而達到消滅煞車異音的目的[6]；然而，到目前為止並沒有一個適當的模型可以包含所有能影響煞車異音的因素，這也表示每一個模型所分析到的結果，並不適用在其它模型上。

煞車異音的產生，主要是由摩擦襯墊與碟盤交接面間的摩擦力所引起的系統不穩定，在本文裡，利用複數特徵值法判別不穩定共振模態的發生[7]，間接預測煞車異音

¹ 王昭男，台灣大學工程科學及海洋工程學系教授

² 謝正昌，台灣大學工程科學及海洋工程學系研究生

的生成，運用有限元素分析軟體 ANSYS，建立煞車系統的有限元素模型，在摩擦襯墊與碟盤的交接面間，藉由線性交接面連結元素將耦合作用力結合系統勁度矩陣，把接觸面間的外力影響包含於煞車系統內，並作模態分析，可得到其模態頻率、模態振型以及不穩定度的測定，分析各系統參數對穩定度的影響，其模擬分析的結果也許可作為減少煞車異音的參考。

二、理論與方法

(一) 複數特徵值法

對受到耦合作用力影響的煞車系統，利用有限元素法，其運動方程式如下式表示

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \{F_f\} \quad (1)$$

其中 $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K]$ 分別為系統的質量、阻尼、勁度矩陣， $\{F_f\}$ 為系統受到的耦合作用力。

在摩擦襯墊與碟盤的摩擦交接面，將相對應的節點利用線性交接面元素選擇適當的接觸勁度值 K_C 作連結(附錄一)，其值不能太小以免模態振型發生摩擦襯墊穿透到碟盤的現象[8]，而違背了實際上的物理現象；其中交接面的耦合作用力，也就是煞車的驅動力以及交接面所產生的摩擦力，利用節點的相對位移量與所建立的摩擦耦合勁度矩陣來表示，如下式

$$\{F_f\} = [K_f]\{U\} \quad (2)$$

其中 $[K_f]$ 是摩擦耦合勁度矩陣，可藉由改變此勁度矩陣內的接觸勁度值，模擬承受不同的煞車力[9]，利用線性交接面元素 MATRIX 27 建立，推導過程列於附錄一。

將方程式(1)、(2)合併，重新整理後，得到一齊性方程式

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K - K_f]\{U\} = \{0\} \quad (3)$$

合併後的系統勁度矩陣為非對稱型式，其特徵方程所解到的特徵值應為複數型式。

令通解為

$$\{U\} = \{X\}e^{\lambda t} \quad (4)$$

其中， λ 為特徵值， $\{X\}$ 為特徵值所對應的特徵向量，分別代表煞車系統振動的模態頻率及對應的模態振型。

系統的運動方程簡化如下式

$$\left([M]\lambda^2 + [C]\lambda + [K - K_f] \right) \{X\} = \{0\} \quad (5)$$

所解到的特徵值及對應的特徵向量皆為共軛複數型式，而成對的特徵值如下式表示

$$\lambda_i = \sigma_i \pm j\omega_i \quad (6)$$

其中特徵值的實數部份 $\text{Re}[\lambda_i]$ ，決定系統的穩定度與否，虛數部分 $\text{Im}[\lambda_i]$ ，則代表該模態的自然頻率。

最後，煞車系統的廣義位移表示為

$$\{U_i\} = \{X_i\} e^{\sigma t} (e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}) \quad (7)$$

從這式子中就可分析系統呈現為穩定或不穩定，當特徵值的實部為正值時，系統的位移振幅會隨著時間的增加而變大，呈現不穩定的狀態，也就可能會有煞車異音的發生，此時，異音的頻率值為特徵值的虛部；實部為為負值時，系統則呈現穩定的狀態，在這裡引入一不穩定度指標，以便於分析結果的表示，其特徵值實部必須為正數，此指標定義為

$$\text{Instability index} = \text{Positive} \{ \text{Re}[\lambda_i] \} \quad (8)$$

其指標值代表系統的運動發散速度，指標越大值系統會更快呈現不穩定狀態，因此，煞車異音產生的可能性也會跟著提高。

(二) 有限元素模型

本文裡所提出的煞車系統是由一對摩擦襯墊和一塊碟盤所組合而成的簡化模型，碟盤與摩擦襯墊的模型是根據實際物品的幾何形狀所建立，摩擦襯墊是由一塊背板與碟盤接觸的摩擦片所組合而成，碟盤與摩擦襯墊皆利用有限元素分析軟體模擬三維實體結構的元素 SOLID45 建立，煞車系統的有限元素模型如圖 1 所示，幾何尺寸如表 1 所示，圖 2(a)-(c)則為煞車系統裝置上的邊限制條件，碟盤完全固定在特定的螺栓圓孔上，如圖 2(a)所示，摩擦襯墊的背板上緣處只允許做軸向位移的限制條件，如圖 2(b)-(c)所示；目前的煞車系統組成，使用的材料都大同小異，最大的差別在於外觀的幾何形狀以及摩擦襯墊所使用的組成材料成分，本文的模擬分析，其材料性質取決於相關文章所提供的參數[10]；在摩擦襯墊與碟盤的接觸面，藉由法向的相對位移量產生法向的接觸力，進而產生接觸面切向的摩擦力；反之，切向的位移量卻不能反推法向的接觸力，所以摩擦力有不可逆向產生的特性[4]，因此運用線性且非逆向摩擦力特性的勁度矩陣描述因耦合作用力引起振動的理論模型，此勁度矩陣利用有限元素分析軟體提供的線性交接面元素 MATRIX27 建立，作為接觸面的連結，在本文的分析裡，將線性交接面元素均勻分佈在接觸面，模擬襯墊與碟盤完全接觸後的煞車系統反應。

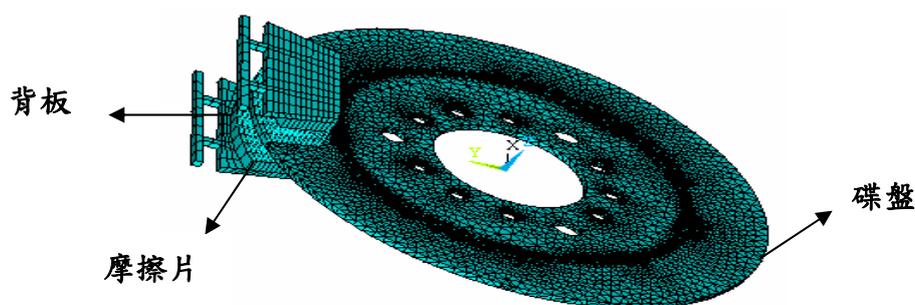


圖 1 簡單煞車系統有限元素模型

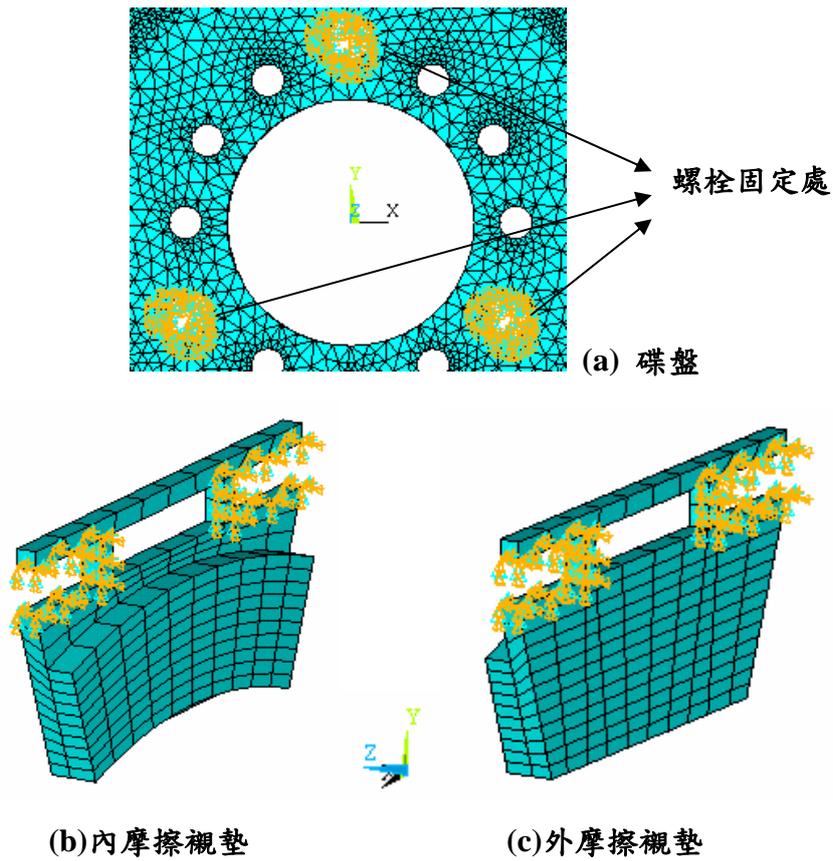


圖 2 煞車系統各元件上邊界限制條件

表 1 煞車模型幾何尺寸

幾何參數	數值
碟盤內徑	0.03m
碟盤外徑	0.1m
碟盤厚度	0.003m
摩擦片厚度	0.004m
摩擦片面積	0.001257m ²
背板厚度	0.003m

三、研究過程與成果

煞車異音的發生取決於煞車系統穩定度的情形，而系統參數對煞車系統的穩定度有重要的影響，在這裡所考慮到的系統參數有：碟盤與摩擦襯墊交接面的常數摩擦係數 μ 、模擬決定煞車力大小的接觸勁度值 K_c 、碟盤的剛性 E_d 、摩擦襯墊背板的剛性 E_b 、碟盤的厚度 D_h ，藉由提出的煞車模型，探討這些系統參數在煞車異音上的影響；由於實際上結構物的材料阻尼大小不容易獲得，若結構物系統考慮阻尼的效應時，可依結構的特性假設適當的模態阻尼比來模擬，不過在本文的煞車模型是運用比例阻尼的特性來模擬結構物的阻尼效應

$$\text{proportional damping } [C] = \alpha [M] + \beta [K] \quad (9)$$

可是煞車模型是由不同材料的元件所組合而成，所以實際的阻尼值更難以預估，在分析上也把比例阻尼當作系統參數處理，藉由改變 Eq(9) 裡的質量與競度矩陣的 α 、 β 係數值模擬不同大小的結構阻尼效應並結合其他系統參數，與無阻尼煞車結構系統的分析結果作個比較，探討阻尼特性在煞車異音上的影響；在前一章節有提到，當所解得的複數特徵值其實部為負時，系統呈現穩定的狀況，而實部為正時，系統有不穩定的現象發生，其值越大煞車異音發生的可能性也跟著提高，以下分析的結果及圖表只呈現不穩定的情形；其煞車系統模型的阻尼特性，分別在三種不同大小的比例阻尼狀態下，進行系統參數變化的分析，而各系統參數的數值為：摩擦係數 $\mu = 0.414$ 、接觸勁度 $K_c = 10^9 \text{ N/m}$ 、

碟盤楊氏係數 $E_d = 210 \text{ GPa}$ 、摩擦片楊氏係數 $E_p = 0.8 \text{ GPa}$ 、背板楊氏係數

$E_b = 210 \text{ GPa}$ 、碟盤厚度 $D_h = 3 \text{ mm}$ ，當改變其中一個參數進行分析時，其餘參數不變。

(一) 系統參數分析結果

煞車異音產生的原因主要是因為摩擦襯墊與碟盤間的摩擦耦合作用力所引起的動態不穩定，這裡先針對摩擦襯墊與碟盤間的摩擦係數在煞車異音上的影響，所取的摩擦係數是由小到大變化 ($\mu = 0.2 \sim 0.8$)，且分別在無阻尼及三種不同的比例阻尼煞車結構系統下進行分析，在 Eq(5) 中，將複數特徵值法所解到的特徵值表示於圖 3，在圖形裡，以摩擦係數為變數並只列出使系統產生不穩定的特徵值，垂直軸代表特徵值的實部，也就是不穩定度指標，水平軸代表特徵值的虛部，也就是不穩定模態下可能產生煞車異音的頻率，其頻率範圍取到 20000Hz 以下；從圖形的分析結果，發現隨著阻尼效應變大，可以有效的減少不穩定模態的發生，可是有些不穩定模態的不穩定度指標會比無阻尼系統下高出許多，更容易有煞車異音產生，從圖 5(a) 可知，所有發生的不穩定模態個數(指特徵值實部大於零的情形)與摩擦係數大小也沒有任何規律的關係，不過有些許不穩定模態其摩擦係數越大似乎不穩定度指標也越大，越有可能有煞車異音的生成，此現象與大部分有關摩擦係數與煞車異音之間的研究結果一致[1]、[4]，若要消滅煞車異音也許可降低其摩擦係數，然而，這樣會間接減少煞車力作用，顯然這不是很好的可行方法。

接下來針對碟盤剛性在煞車異音上的影響，碟盤的楊氏係數是由小到大變化 ($0.6E_d \sim 1.4E_d$)，且分別在無阻尼及三種不同的比例阻尼煞車結構系統下進行分析，複數特徵值法所解到的特徵值表示於圖 4；從圖形的分析結果，同樣的發現隨著阻尼效應變大，可以有效的減少不穩定模態的發生，從圖 5(c) 可知，所有發生的不穩定模態個數仍然與碟盤的剛性大小沒有任何規律的關係，且不穩定度指標的大小跟碟盤的剛性大小也沒有明顯的直接關係，所以碟盤的剛性大小不容易判斷是否對改善煞車異音有幫助。

其他的系統參數分析，也會有以上類似的現象，所以分析結果只呈現在不同阻尼效應下，系統參數變化所產生的不穩定模態個數，表示於圖 5，從圖形上的比較，可發現到阻尼效應不管在何種系統參數變化下，對消滅煞車異音上都有顯著的幫助。

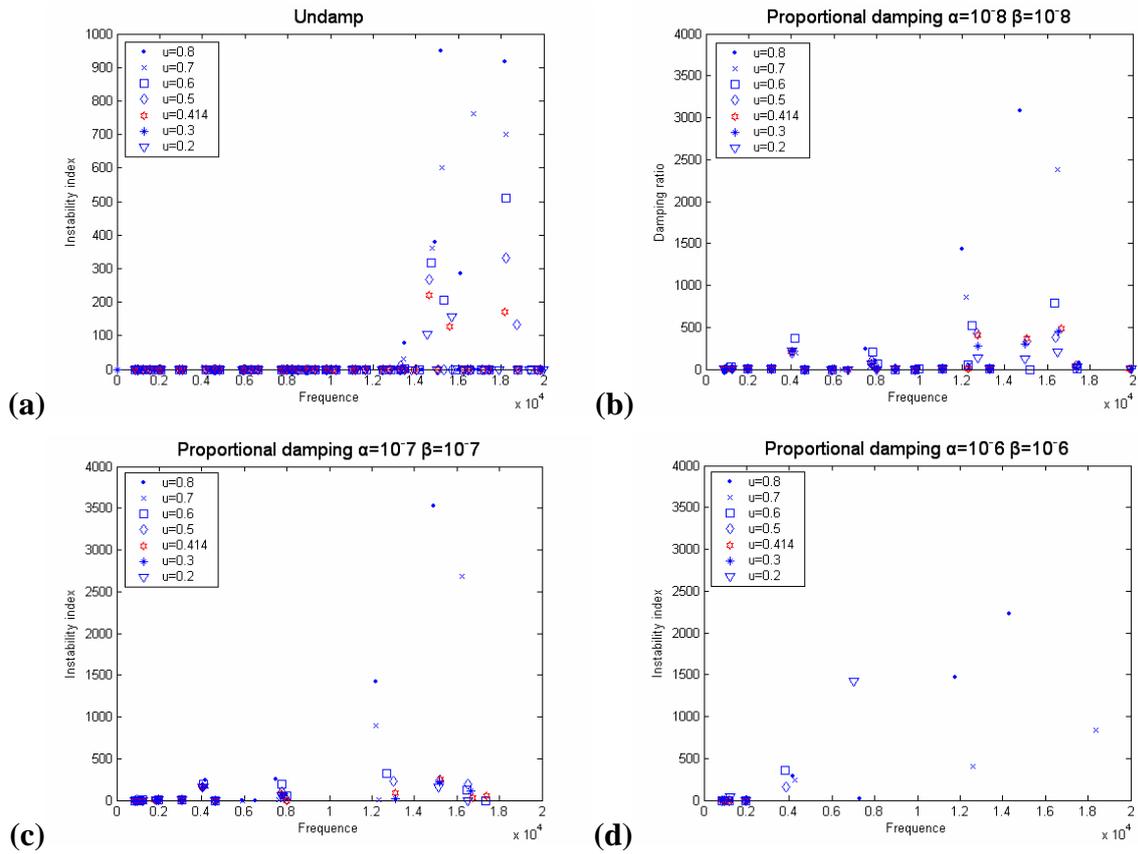


圖 3 四種比例阻尼效應下，摩擦係數在不穩定度指標(複數特徵值的實部)上的影響

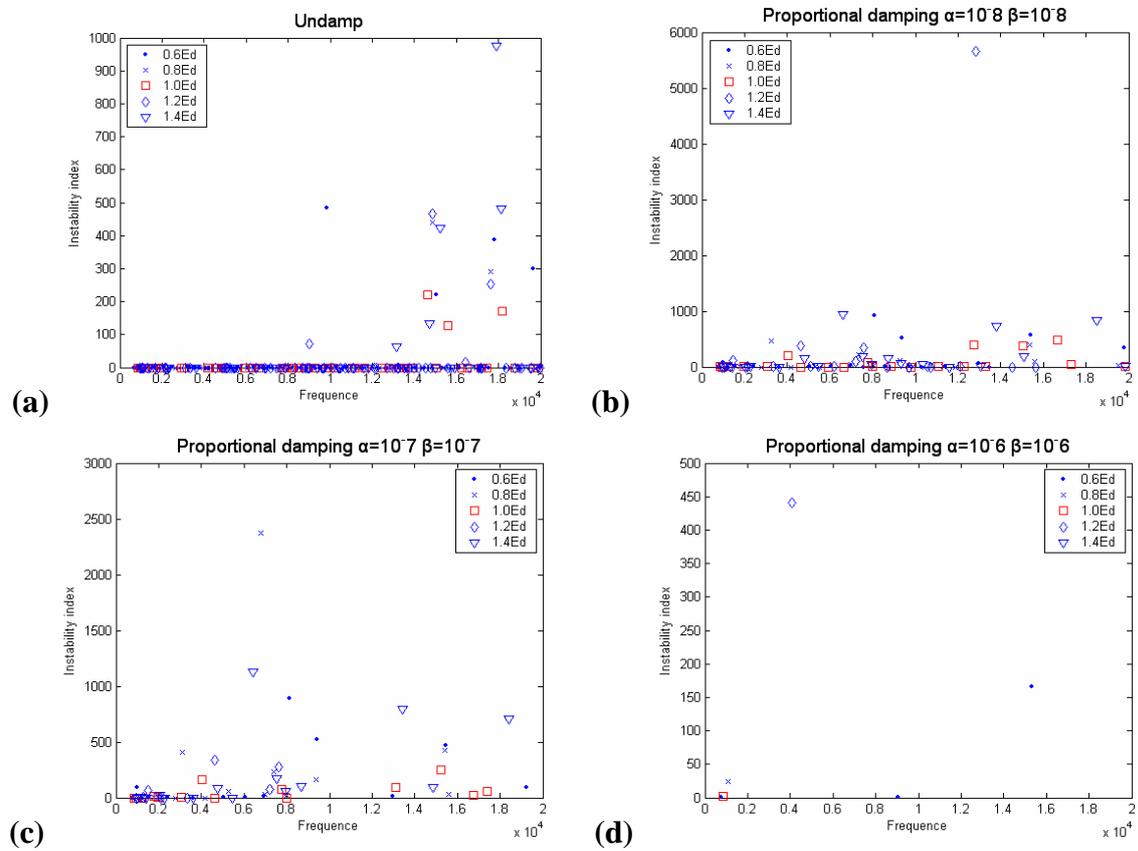


圖 4 四種比例阻尼效應下，碟盤剛性在不穩定度指標(複數特徵值的實部)上的影響

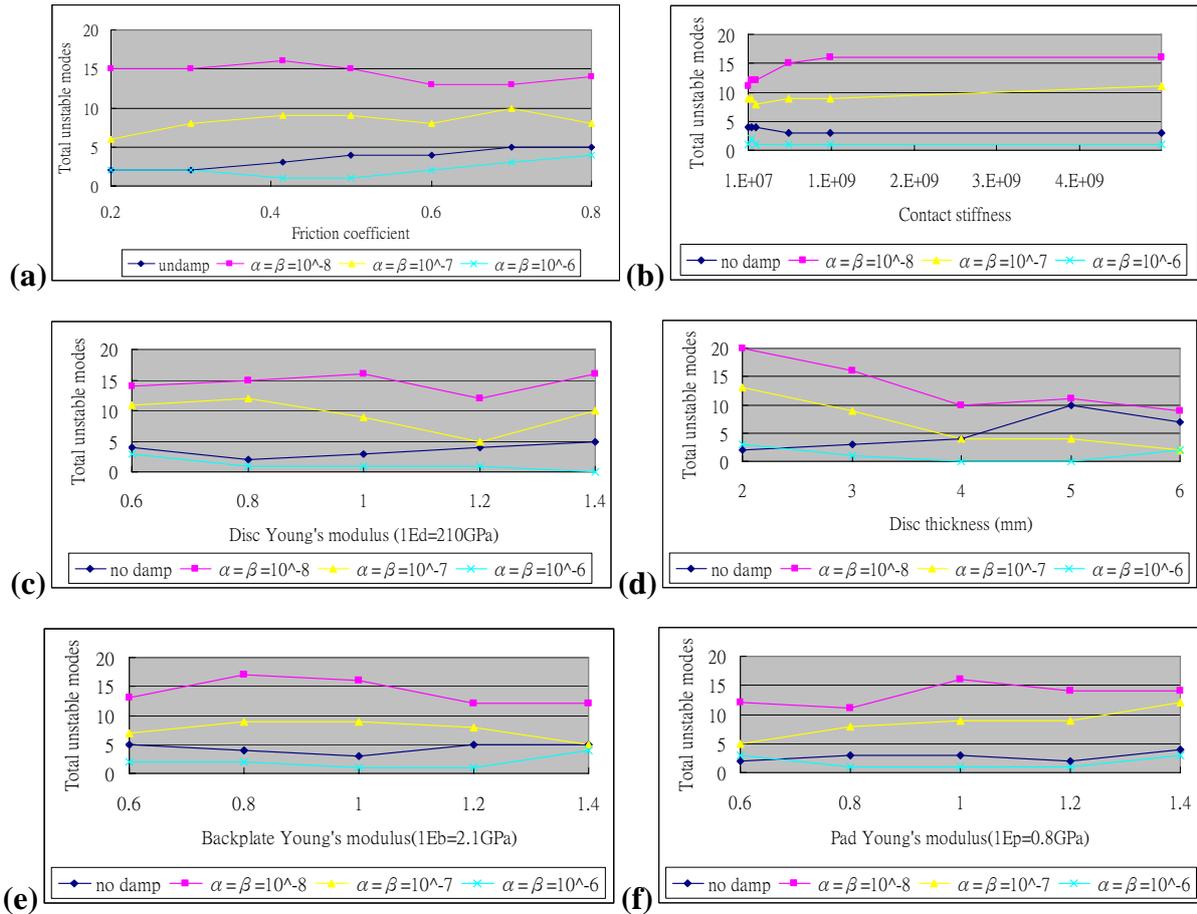


圖 5 四種比例阻尼效應下，各系統參數變化下發生的不穩定模態個數(Unstable modes)

(二) 模態耦合效應

利用有限元素所建立的煞車系統模型，在複數特徵值分析中，發現無阻尼效應狀態下的煞車系統，產生不穩定時，具有模態耦合的特性，也就是兩模態的頻率發生重合的現象，如圖 6 所示，由圖中可看出，當兩個模態不穩定度指標沒有大於零時，其對應的模態頻率是不相等的，但不穩定度指標大於零時，其對應的模態頻率就出現重合，所以此時系統的這兩階振動模態發生耦合，與文獻[6]、[11]的研究也有相同的現象，而不穩定度指標大於零所對應的摩擦係數，即為此系統在這兩個模態之間的臨界摩擦係數，也就是發生煞車異音的臨界狀態，在目前的例子，其臨界摩擦係數存在於 0.3~0.414 之間；系統在有阻尼效應狀態下，發生不穩定時，並不會有模態耦合的特性，如圖 7 所示，在文獻[12]裡也有提及相關的現象，所以發生不穩定的原因並不是由模態耦合所引起，在圖 3~4 裡，發現不穩定模態的不穩定度指標甚至比無阻尼系統下還要高，這樣的現象比阻尼總能使系統穩定的一般觀念還要複雜，從本文的結果，間接說明一般的觀念未必是正確，而發生此種現象的原因需要再進一步研究。

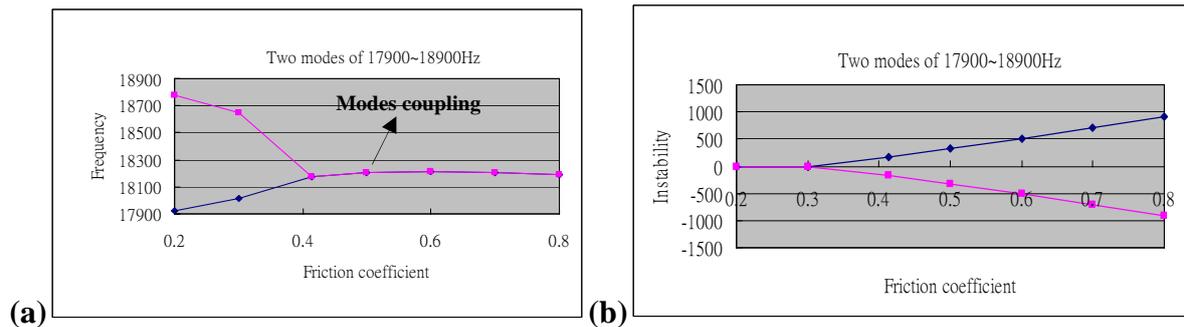


圖 6 無阻尼狀態下 17900Hz~18900Hz 之間的兩模態，複數特徵值與摩擦係數的關係

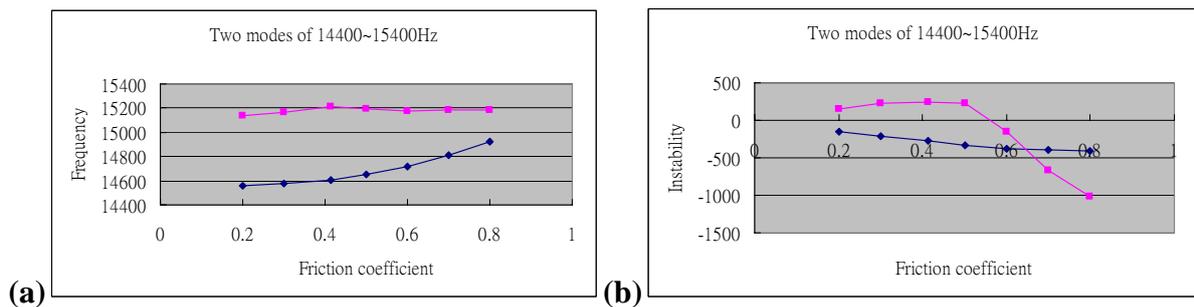


圖 7 有阻尼狀態下 (proportional damping $[C] = 10^{-7} [M] + 10^{-7} [K]$), 14400Hz~15400Hz 之間的兩模態，複數特徵值與摩擦係數的關係

四、結論與建議

在本文裡，利用有限元素法建立煞車系統模型探討摩擦所引起的系統不穩定，藉由複數特徵值法分析系統參數在煞車異音上的影響，從分析結果來看，系統參數的變化對煞車異音的生成是會有影響的，可是系統參數值的大小與煞車異音生成的不穩定度指標沒有任何明顯的直接關係，所以很難在改善煞車異音方面給於適當的建議；不過，在不同比例阻尼的煞車系統上，發現隨著阻尼效應變大，可以有效的減少不穩定模態的發生，比起其它系統參數的影響還來得有效，也許可以試著提高煞車系統元件材料的黏彈性，進而提高系統的阻尼效應，不但可以降低各階模態頻率以及降低振動能量，還可以減小振動時對外部系統釋放的能量，達到減振降噪的作用，所以，藉由提高煞車系統元件材料的黏彈性，增加系統的阻尼效應，可作為改善煞車異音的有效方法。

五、參考文獻

1. P. Liu, H. Zheng, C. Ca., Y.Y. Wang, C. Lu, K.H. Ang and G.R. Liu, "Analysis of Disc Brake Squeal Using the Complex Eigenvalue Method" Applied Acoustics, Vol.68, pp. 603-615, 2007.
2. N.M. Kinkaid, O.M. O'Reilly and P. Papadopoulos, "Review : Automotive Disc Brake Squeal" Journal of Sound and Vibration, Vol.267, pp.105-166, 2003.
3. K. Shin, M.J. Brennan, J.E. Oh and C.J. Harris, "Analysis of Disc Brake Noise Using a Two-Degree-of-Freedom Model" Journal of

Sound and Vibration, Vol.254, no.5, pp.837-848, 2002.

4. Yi Dai, Dave Patten and Chandni Biswas, "Pad Distributed Parameter Study for Squeal Noise Reduction" SAE Paper, No.012609, 2002.
5. J. Flint, "Instabilities in Brake System" SAE Paper, No.920432, 1992.
6. Shin-Wei Kung, K. Brent Dunlap and Robert S. Ballinger, "Complex Eigenvalue Analysis for Reducing Low Frequency Brake Squeal" SAE Paper, No.010444, 2000.
7. Huajiang Ouyang, Wayne Nack, Yongbin Yuan and Frank Chen, "Numerical Analysis of Automotive Disc Brake Squeal : A Review" Int. J. Vehicle Noise and Vibration, Vol.1, Nos.3/4, 2005.
8. Wayne V. Nack, "Brake Squeal Analysis by Finite Element" Int. J. of Vehicle Design, Vol.23, Nos.3/4, pp.263-275, 2000.
9. Heewook Lee, "An Optimal Design Method for Brake Squeal Noise Based on Complex Eigenvalue and Sensitivity Analyses and Response Surface Methodology" Ph. D Thesis, Department of Mechanical Engineering, Michigan University, 2000.
10. H. Ouyang and J.E. Mottershead, "A Bounded Region of Disc-Brake Vibration Instability" J. of Vibration and Acoustics, Vol.123, pp.543-545, October 2001.
11. Guangxiong Chen and Zhongrong Zhou, "Prediction of Friction Squeal Using Finite Element Method" Chinese Journal of Mechanical Engineering, Vol.43, No.6, Jun 2007.
12. Guillaume Fritz, Jean-Jacques Sinou, Jean-Marc Duffal and Louis Jezequel, "Effects of Damping on Brake Squeal Coalescence Patterns – Application on a Finite Element Model" Mechanics Research Communications, Vol.34, pp.181-190, 2007.

附錄一

摩擦耦合勁度推導

在單一節點系統，其法向接觸力可以藉由法向接觸勁度與法向節點位移表示成下式

$$F_z = K_C U_z \quad (1)$$

推廣到二節點系統時，如圖一，其法向接觸力可用矩陣型式表示成

$$\begin{bmatrix} F_{ZA} \\ F_{ZB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_C & -K_C \\ -K_C & K_C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{ZA} \\ U_{ZB} \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中 F_{ZA} 、 F_{ZB} 分別為節點 A、B 法向接觸力， U_{ZA} 、 U_{ZB} 則為相對應的法向節點位移。

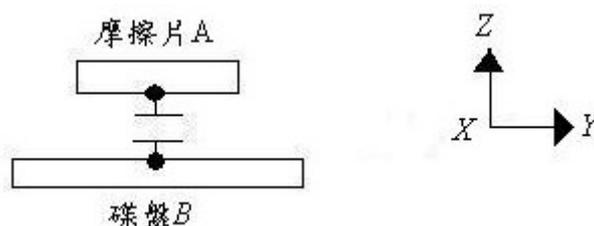


圖 1 簡單二節點系統模型

將庫倫摩擦力作用考慮進系統內，則作用在接觸面上的摩擦力為

$$F_R = \mu \times F_z = \mu \times K_C \times U_z \quad (3)$$

其中 μ 為接觸面間的動摩擦係數， U_z 為法向相對位移。

因接觸所引起的庫倫摩擦力，其作用在摩擦片上接觸點 A 的方向與作用在碟盤上接

觸點 B 的方向相反，如圖 2，並將每一個接觸點所受到的摩擦力分成 X 和 Y 方向的分量，如下式所示

$$\begin{aligned} F_{XA} &= -F_{XB} = F_R \sin \theta = \mu F_Z \sin \theta = \mu K_C \Delta U_Z \sin \theta \\ F_{YA} &= -F_{YB} = -F_R \cos \theta = -\mu F_Z \cos \theta = -\mu K_C \Delta U_Z \cos \theta \end{aligned} \quad (4)$$

其中，

$$\sin \theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad \cos \theta = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (5)$$

x 、 y 為每一個接觸點的座標位置， θ 則為接觸點與碟盤旋轉中心的夾角。

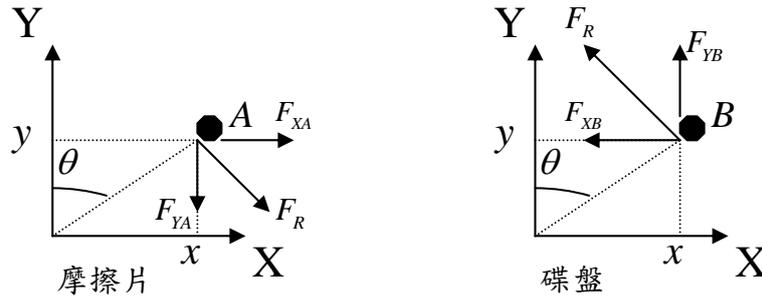


圖 2 摩擦片與碟盤上的摩擦力分量表示

針對一個二節點系統時，其摩擦力分量可以表示成如下

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} F_{XA} \\ F_{XB} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mu \sin \theta K_C & -\mu \sin \theta K_C \\ -\mu \sin \theta K_C & \mu \sin \theta K_C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{ZA} \\ U_{ZB} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} F_{YA} \\ F_{YB} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\mu \cos \theta K_C & \mu \cos \theta K_C \\ \mu \cos \theta K_C & -\mu \cos \theta K_C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{ZA} \\ U_{ZB} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

根據 Eq(2)、(6) 可了解接觸面的摩擦作用力狀態，並由線性交接面元素 MATRIX 27 的定義，利用每個節點上的六個自由度，建立一非對稱勁度矩陣描述接觸面間的耦合作用力關係，如下式表示

$$\begin{bmatrix} F_{XA} \\ F_{YA} \\ F_{ZA} \\ M_{XA} \\ M_{YA} \\ M_{ZA} \\ F_{YB} \\ F_{XB} \\ F_{ZB} \\ M_{XB} \\ M_{YB} \\ M_{ZB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mu \sin \theta K_C & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\mu \cos \theta K_C & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu K_C & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu K_C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\mu \sin \theta K_C & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \sin \theta K_C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu \cos \theta K_C & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu \cos \theta K_C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\mu K_C & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu K_C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} U_{XA} \\ U_{YA} \\ U_{ZA} \\ \Theta_{XA} \\ \Theta_{YA} \\ \Theta_{ZA} \\ U_{XB} \\ U_{YB} \\ U_{ZB} \\ \Theta_{XB} \\ \Theta_{YB} \\ \Theta_{ZB} \end{bmatrix} = [K_f] \{U\} \quad (7)$$

其中 $[K_f]$ 為摩擦耦合勁度矩陣， $\{U\}$ 則代表節點位移向量。