

以拋物面聚音裝置鑑定音源之研究

- 作者：1.劉嘉俊－淡江大學水資源及環境工程學系兼任講師
2.盧博堅－淡江大學水資源及環境工程學系教授
3.陳俊成一淡江大學水資源及環境工程學系副教授兼系主任

機構與單位名稱：淡江大學水資源及環境工程學系
地址與郵遞區號：105 台北市南京東路五段 198 號 4 樓之一
電話：02-27423222
E-mail：jacob.epa@msa.hinet.net

摘 要

近來民眾常陳情數個交通噪音源於同一地點（如高速公路與捷運系統、一般鐵路與一般道路），其共同產生之合成音量效應，影響環境安寧，本研究探討「拋物面聚音裝置」的理論模型和數值模擬與實際量測結果進行比較分析，並提出以「拋物面聚音裝置」來鑑定噪音源之方式，建立我國叢聚性交通噪音之量測方式。

Abstract

In recent years, the public often makes petitions against several traffic noise sources on the same spot (such as traffic noises derived from freeways, MRTS, railways and highways), of which the compound noise effect disrupts the environmental tranquility. This project plans to seek feasible control measures for clustered traffic noise. This project is establishing clustered noise control measures and prevention methods based on the results of the measurements of clustered traffic noises. After implementation, this project has achieved the following objectives: collecting information on measurement indicators and methods for clustered traffic noises adopted by foreign countries, proposing clustered traffic noises indicator Leq and noise source identification method with "paraboloid sound-collecting device" to be used in our country, conducting measurements for clustered traffic noises and theoretical model and numerical simulation.

關鍵字：叢聚性噪音 (Clustered Noise)，拋物面聚音裝置 (Paraboloid Sound-collecting Device)。

壹、前言

本文引用 Wahlström 論文中的理論推導，以數值模擬拋物面在不同 l/a 值的音壓放大係數，再與本研究的「拋物面聚音裝置」進行驗證比較。

以下分析「拋物面聚音裝置」，在平面波入射、球面波入射（點音源）情況下的音量放大和指向性特點。

貳、理論模型和數值模擬

2.1 平面波入射

平面波入射可分為平行於拋物面軸線入射和與拋物面軸線夾一定角度入射兩種情況。

一、平行於拋物面軸線入射

(一) 軸線上的音量放大

1. 焦點處的音量放大

現有一列平面波平行於x軸沿負方向入射，速度勢 (velocity potential) 為 $Ae^{j(\omega t+kx)}$ (即速度勢的偏微分是速度)；經拋物面反射後，反射波向焦點F會聚， \vec{n} 為法向，如圖2-1所示。圖2-2為拋物線的幾何尺寸。

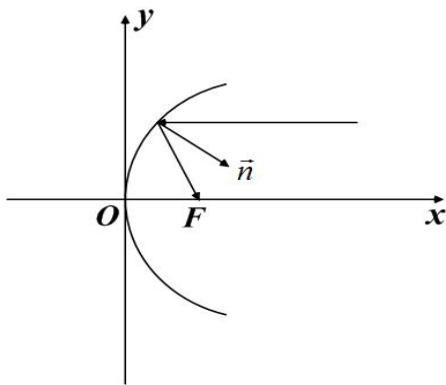


圖 2-1 平行於軸線入射的平面波被拋物面會聚到焦點

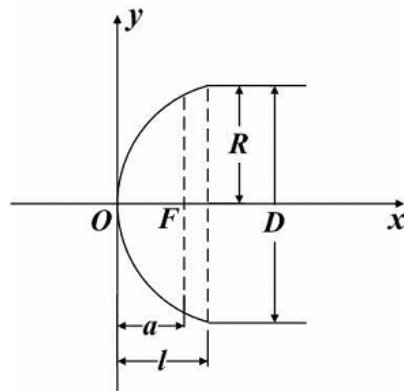


圖 2-2 拋物線的幾何尺寸：a—頂點到焦點的距離；l—頂點到拋物線開口的距離；R—開口半徑；D—開口直徑

忽略 $e^{j\omega t}$ 項，則入射波的速度勢 (velocity potential) 為：

$$\Phi_i = Ae^{jkx} \dots \dots \dots (2-1)$$

入射波經拋物面反射後，距離拋物面某處的反射波的速度勢為：

$$\Phi_r = \frac{1}{2\pi} \iint \frac{\partial \Phi_i}{\partial n} \frac{e^{-jkr}}{r} dS \dots \dots \dots (2-2)$$

其中

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial n} = \frac{\partial \Phi_i}{\partial x} \cos(n, x) = jkAe^{jkx} \cos(n, x) \dots \dots \dots (2-3)$$

$\cos(n, x)$ 為法向 \vec{n} 與x軸的夾角，則：

$$\Phi_r = \frac{jkA}{2\pi} \iint \frac{e^{jkx} e^{-jkr}}{r} \cos(n, x) dS \dots \dots \dots (2-4)$$

在焦點處，如圖2-3所示，利用拋物面的性質， $r = x + a$ ，反射波的速度勢為：

$$\Phi_r = \frac{jkAe^{-jka}}{2\pi} \iint \frac{\cos(n, x)}{x+a} dS \dots \dots \dots (2-5)$$

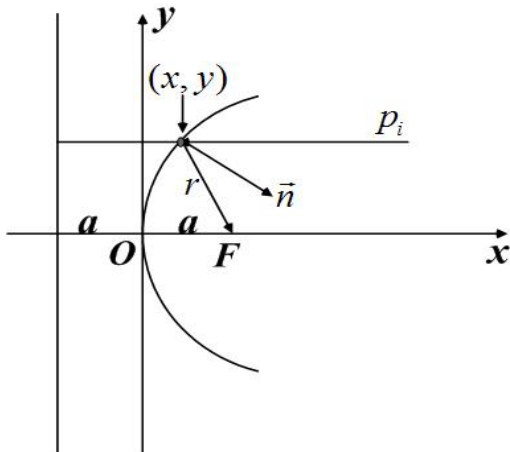


圖 2-3 焦點處的反射波

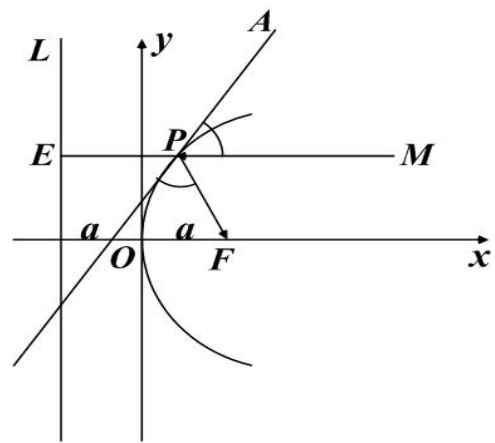


圖 2-4 拋物線的一些幾何性質

而 $dS = 2\pi y ds$ ， ds 是拋物線上的一小段弧線的長度，則利用幾何關係，易得：
 $dS \cos(n, x) = 2\pi y ds \cos(n, x) = 2\pi y dy$ (2-6)

利用拋物線的一些幾何性質，如圖2-4所示，AP是過拋物線上一點P的切線，F是拋物線的焦點，焦距為a，LE是拋物線的准線，MP平行於軸入射，反射後到達F點。由拋物線的幾何性質可知，PF的長度等於PE的長度，由反射定理，MP與切線的夾角等於PF與切線的夾角。另外由拋物面方程， $4ax - y^2 - z^2 = 0$ ，可推出 $y dy = 2a dx$ ，則反射波的速度勢 (velocity potential) 為：

$$\Phi_r = \frac{jke^{-jka} A}{2\pi} \int_0^l \frac{4\pi a dx}{x+a} = j2ake^{-jka} A \ln\left(1 + \frac{l}{a}\right) \dots\dots\dots (2-7)$$

在焦點處的總速度勢為：

$$\Phi = \Phi_i + \Phi_r = Ae^{jka} + j2akAe^{-jka} \ln\left(1 + \frac{l}{a}\right) \dots\dots\dots (2-8)$$

總的聲壓為：

$$p = \rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} = j\omega\rho(\Phi_i + \Phi_r) \dots\dots\dots (2-9)$$

定義焦點處聲壓放大係數為 $F_p = \left| \frac{p}{p_i} \right|$ ，可以求得：

$$F_p = \left| \frac{p}{p_i} \right| = \left| 1 + j2ake^{-j2ak} \ln\left(1 + \frac{l}{a}\right) \right| \dots\dots\dots (2-10)$$

以dB為單位，聲壓放大係數可以表示為：

$$\Delta L_p = 20 \log_{10} F_p \text{ (dB)} \dots\dots\dots (2-11)$$

2.軸線上其他點的音量放大

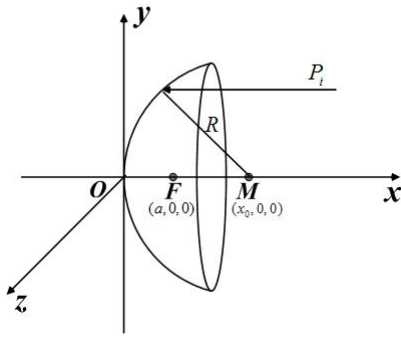


圖 2-5 拋物面幾何形狀

拋物面的方程可寫成

$$4ax - y^2 - z^2 = 0 \quad \dots\dots\dots (2-12)$$

採用座標變換，令

$$\begin{cases} x = r^2 / 4a \\ y = r \sin \theta \\ z = r \cos \theta \end{cases} \quad \dots\dots\dots (2-13)$$

則拋物面上任一點的法向向量為：

$$\vec{n} = (4a, -2r \sin \theta, -2r \cos \theta) \quad (2-14) :$$

入射波碰到拋物面後發生反射，反射波的速度勢為

$$\Phi_r = \frac{1}{2\pi} \iint \frac{\partial \Phi_i}{\partial n} \frac{e^{-jkR}}{R} dS \quad \dots\dots\dots (2-15)$$

可求得反射波的聲壓為：

$$p_r = \frac{j\omega\rho}{2\pi} \iint v_n \frac{e^{-jkR}}{R} dS \quad \dots\dots\dots (2-16)$$

$$\text{其中 } v_n = v_x \cos(\vec{n}, \vec{x}) = \frac{Ae^{jkx}}{\rho_0 c_0} \frac{4a}{\sqrt{4r^2 + (4a)^2}} \quad \dots\dots\dots (2-17)$$

$$R = \sqrt{\left(\frac{r^2}{4a} - x_0\right)^2 + (r \sin \theta)^2 + (r \cos \theta)^2} \quad \dots\dots\dots (2-18)$$

$$dS = \frac{r^2}{2a \sin(\vec{n}, \vec{x})} dr d\theta = \frac{r\sqrt{r^2 + 4a^2}}{2a} dr d\theta \quad \dots\dots\dots (2-19)$$

軸線上任一點 $(x_0, 0, 0)$ 處的聲壓放大係數可表示為：

$$\Delta L_p = 20 \log_{10} \left| \frac{p_i + p_r}{p_i} \right| \quad (dB) \quad \dots\dots\dots (2-20)$$

(二)數值模擬

1.焦點處的音量放大

對於軸線上焦點以外的其他任一點 $(x_0, 0, 0)$ ，很難獲得解析解，採用數值計算的方法求出聲壓放大係數，推導如下。現有一列聲壓為 $p_i = Ae^{jkx}$ 的平面波沿著x軸負方向入射到拋物面上，如圖2-5所示。

根據式(2-11)，可以計算不同 l/a 值(l 與 a 的定義見圖2-2所示)的拋物面在焦點處的聲壓放大係數，圖2-6為三種 l/a 值的拋物面示意圖(保持焦距 a 不變)。

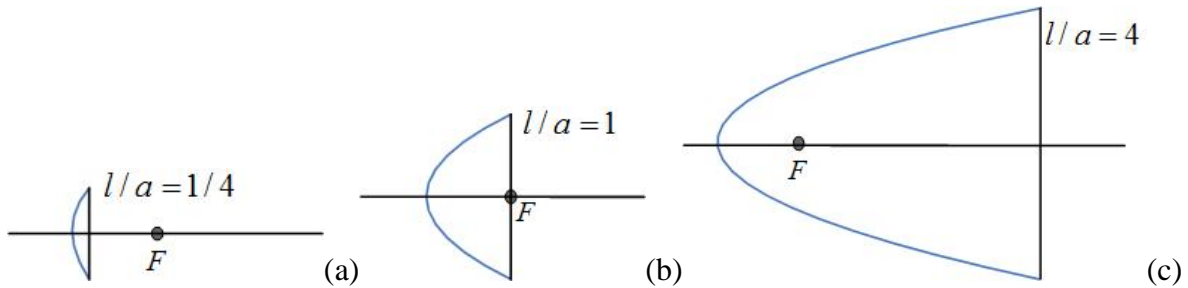


圖 2-6 三種 l/a 值的拋物面示意圖：(a) $l/a=1/4$ ；(b) $l/a=1$ ；(c) $l/a=4$ (保持焦距 a 不變)

圖2-7分別為 l/a 等於4、1和 $1/4$ 時，焦點處的聲壓放大係數隨頻率的變化(保持焦距 $a = 0.25m$ 不變)。在100Hz以下，三種拋物面的聲壓放大係數相差不大(都很小)；在100Hz-4000Hz之間，三種拋物面的聲壓放大係數的差距較大；超過4000Hz以後， $l/a = 4$ 和 $l/a = 1$ 兩種拋物面的聲壓放大係數保持8dB左右的差值， $l/a = 1$ 和 $l/a = 1/4$ 兩種拋物面的聲壓放大係數保持10dB左右的差值。對 $l/a = 1/4$ 這種拋物面，在550Hz左右(波長約為0.50—0.60m)由於反射波干涉，會出現接收聲波靈敏度不放大，反而減少很多的狀況。

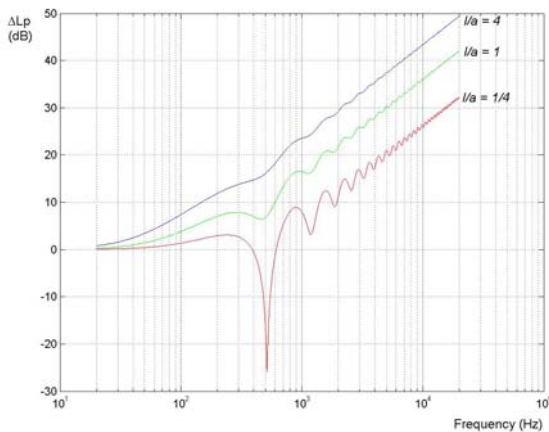


圖 2-7 不同 l/a 值的拋物面在焦點處的聲壓放大係數隨頻率的變化(保持焦距 a 不變)

保持拋物面開口直徑不變($D = 1m$)，同樣可以計算不同 l/a 值的拋物面在焦點處的聲壓放大係數，圖2-8為這樣幾種拋物面的示意圖。圖2-9為拋物面開口直徑保持不變時，不同 l/a 值的拋物面在焦點處的聲壓放大係數。從圖中可以看出，在2000Hz的時候， $l/a = 5$ 時聲壓放大係數最大；在4000Hz的時候， $l/a = 3.5$ 時聲壓放大係數最大；在8000Hz和16000Hz時， l/a 在3-5之間時聲壓放大係數最大。當 l/a 超過5以後，上述四種頻率時的聲壓放大係數逐漸減小。實際使用時，一般選用 $l/a = 1$ 的拋物面，此時聲壓放大係數與最大值的差距不超過2dB。

表2-1為三種 l/a 值的情況下一些典型頻率的聲壓放大係數(保持焦距 a 不變)。

表 2-1 三種 l/a 值的情況下一些典型頻率的聲壓放大係數(保持焦距 a 不變)

頻率 (Hz)	500	1000	2000	4000	8000
聲壓放大係數 (dB) $l/a = 1/4$	-25	8	10	18	24
聲壓放大係數 (dB) $l/a = 1$	7.5	17	21	28	34
聲壓放大係數 (dB) $l/a = 4$	16	23	30	36	41

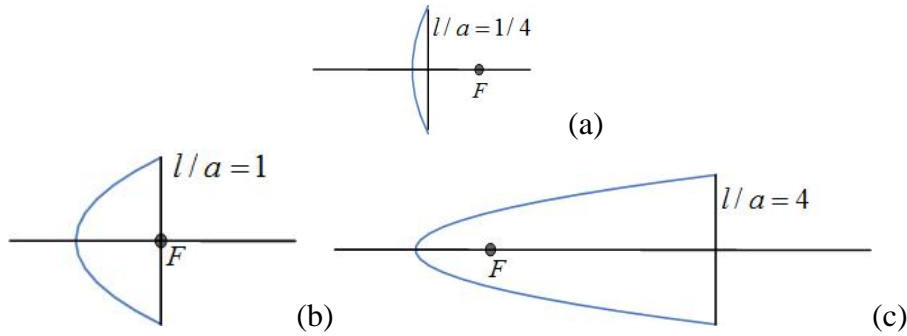


圖 2-8 三種 l/a 值的拋物面示意圖：(a) $l/a=1/4$ ；(b) $l/a=1$ ；(c) $l/a=4$ （保持開口直徑 D 不變）

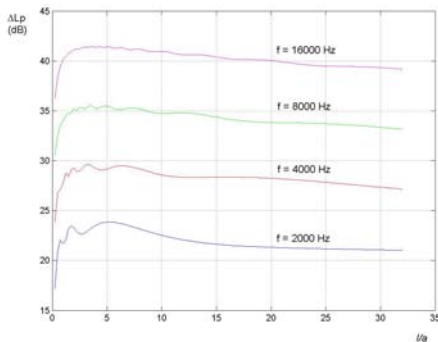


圖 2-9 不同 l/a 值的拋物面在焦點處的聲壓放大係數(保持拋物面開口直徑 D 不變)

表2-2為三種 l/a 值的情況下一一些典型頻率的聲壓放大係數(保持開口直徑 D 不變)。從圖2-9和表2-2可以看出，某一頻率的拋物面的聲壓放大係數在開口直徑 D 確定後，只要 l/a 值大於1，聲壓放大係數的變化就不大了。「拋物面聚音裝置」的放大倍數主要和焦距、開口直徑和聲波波長的比值有關。在拋物面開口直徑保持不變的條件下，在 l/a 值大於1的條件下，頻率增加一倍，波長減少一倍，聲壓放大係數增大約6dB。在頻率、焦距一定的條件下，開口直徑越大，聲壓放大係數越大。開口直徑增加一倍，則聲壓放大係數增大約6dB。

表 2-2 三種 l/a 值的情況下一一些典型頻率的聲壓放大係數（保持開口直徑 D 不變）

頻率 (Hz)	2000	4000	8000	16000
聲壓放大係數 (dB) ; $l/a = 1$	22	27	34	40
聲壓放大係數 (dB) ; $l/a = 4$	23	28.5	35.5	42
聲壓放大係數 (dB) ; $l/a = 5$	23.5	29	35.5	42

2. 軸線上其他點的音量放大

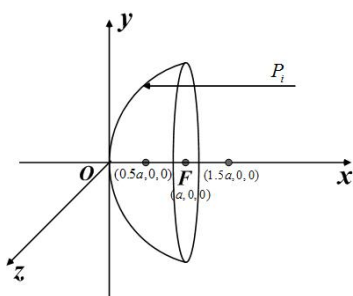


圖 2-10 軸線上其他點的音量放大

從上述圖可以看出，一旦接收點的位置偏離了焦點，聲壓放大係數就會有明顯的變化。在200Hz以下，三個位置處的聲壓放大係數相差不大；在200Hz-2000Hz之間，三個位置處的聲壓放大係數波動較大，相互的差距也在變化；超過2000Hz以上，焦點處的聲壓放大係數隨頻率單調增大，而偏離焦點的其他點的聲壓放大係數仍然在波動。圖2-14為頻率

根據式(2-12)可以計算不同 l/a 值時在軸線上焦點以外的其他點 $(0.5a, 0, 0)$ 、 $(1.5a, 0, 0)$ 的聲壓放大係數，如圖2-10所示。同樣保持焦距不變 ($a = 0.25\text{m}$)，得出 $l/a = 1$ 、 $1/4$ 和4這三種情況下，聲壓放大係數隨頻率變化的關係，見圖2-11、2-12和2-13所示。

為1000Hz和8000Hz時軸線上各點聲壓放大係數的情況 ($l/a = 1, a = 0.25m$)。從圖中可以看出，在8000Hz的時候，在 $x_0/a = 1$ 即焦點處，聲壓放大係數最大，達到了34dB；在偏離焦點的位置，聲壓放大係數迅速減小。在1000Hz的時候，在 $x_0/a = 0.9$ 處，聲壓放大係數最大，達到了18dB；在偏離焦點的其他位置，聲壓放大係數同樣迅速減小。由於8000Hz的波長比1000Hz短8倍，故放大係數相差約為18dB ($20\lg 8$)。而在軸線上偏離焦點處，8000Hz頻率的聲波聲壓放大係數減少得非常迅速，比1000Hz快多了。及「拋物面聚音裝置」的高頻的聲壓放大係數對位置更敏感。例如，對8000Hz頻率的聲波，若偏離焦點15%處，聲壓放大係數可從3最大4dB減少到18dB以下，而對1000Hz頻率的聲波，若偏離焦點15%處，聲壓放大係數可從最大18dB減少到15dB以下。

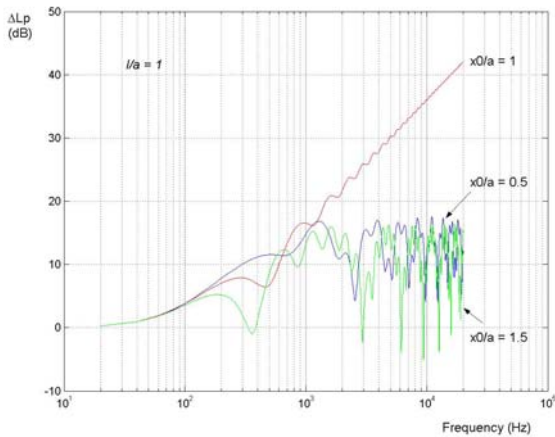


圖 2-11 $l/a = 1$ 時軸線上的聲壓放大係數隨頻率的變化 ($x_0 = a, 0.5a, 1.5a$)

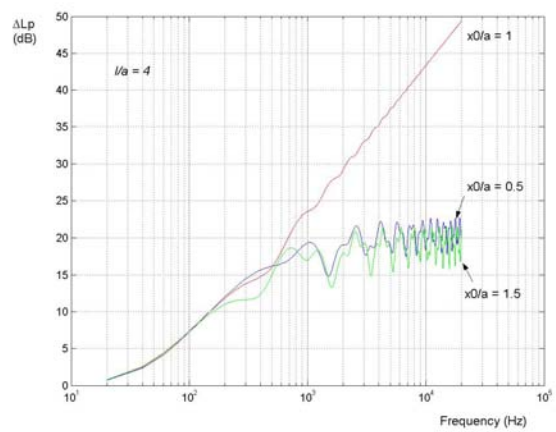


圖 2-12 $l/a = 1/4$ 時軸線上的聲壓放大係數隨頻率的變化 ($x_0 = a, 0.5a, 1.5a$)

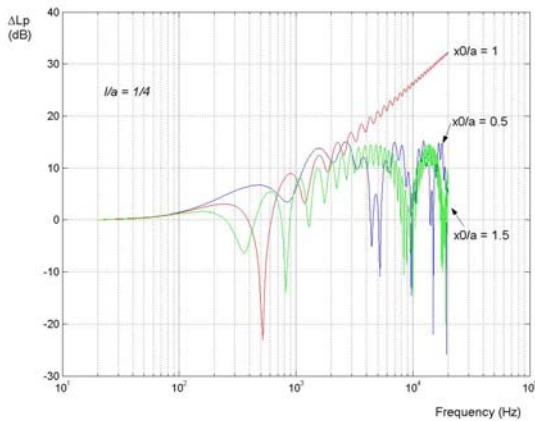


圖 2-13 $l/a = 4$ 時軸線上的聲壓放大係數隨頻率的變化 ($x_0 = a, 0.5a, 1.5a$)

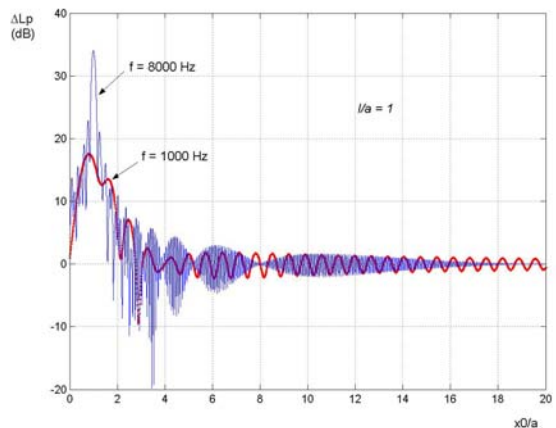


圖 2-14 1000Hz 和 8000Hz 時軸線上各點的聲壓放大係數 ($l/a = 1, a = 0.25m$)

二、與拋物面軸線夾一定角度入射
(一)軸線上的音量放大

如圖2-15所示，一列平面波沿著x軸負方向入射，與x軸夾角為 α 。

入射波的聲壓為： $P_i = Ae^{jk(x/\cos\alpha + y\sin\alpha)}$ (2-21)

採用式 (2-16) 可求得反射波的聲壓 P_r ，其中 R 與 dS 的運算式與式 (2-18) 和 (2-19) 相同，注意：

$$v_n = jkAe^{jk(x/\cos\alpha + y\sin\alpha)} \cos(\vec{n}, \vec{k}_\alpha) \dots\dots\dots (2-22)$$

根據式 (2-20) 同樣可以求得平面波傾斜入射時，軸線上的聲壓放大係數。

1. 焦點處的音量放大

圖 2-16、2-17 和 2-18 分別為 $l/a = 1/4, 1$ 和 4 時 (焦距 $a = 0.25\text{m}$ 保持不變)，不同 α 角入射時，焦點處的聲壓放大係數隨頻率變化的情況。

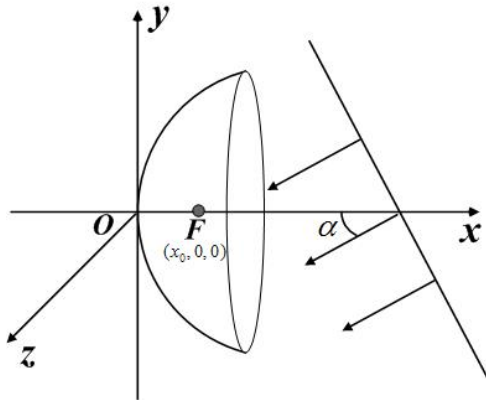


圖 2-15 平面波傾斜入射，與 x 軸夾角為 α

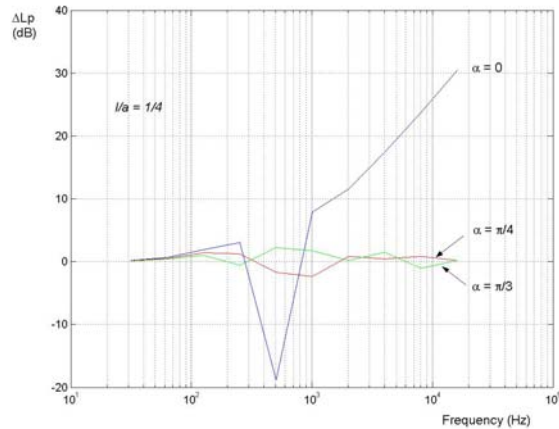


圖 2-16 不同 α 角入射時焦點處的聲壓放大係數隨頻率變化的情況 ($l/a = 1/4$ ，焦距 $a = 0.25\text{m}$)

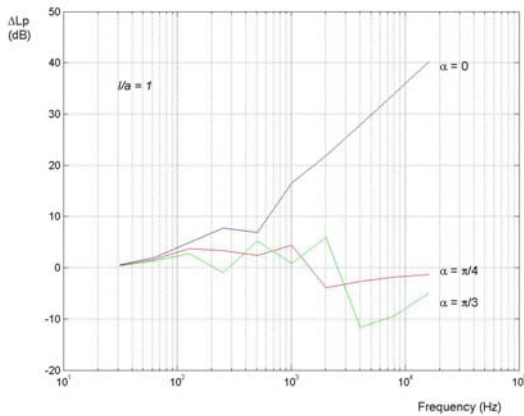


圖 2-17 不同 α 角入射時焦點處的聲壓放大係數隨頻率變化的情況 ($l/a = 1$ ，焦距 $a = 0.25\text{m}$)

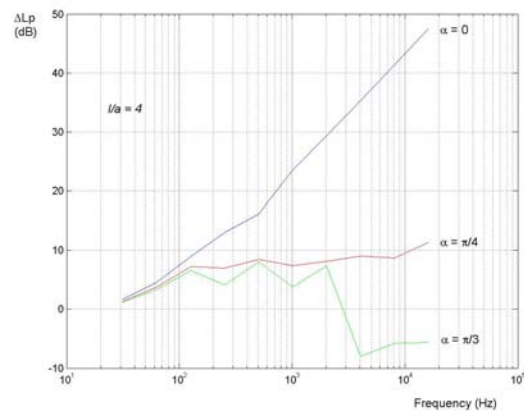


圖 2-18 不同 α 角入射時焦點處的聲壓放大係數隨頻率變化的情況 ($l/a = 4$ ，焦距 $a = 0.25\text{m}$)

從以上圖可看出，與 $\alpha = 0$ 相比， $\alpha = \pi/4$ 和 $\alpha = \pi/3$ 時焦點處的聲壓放大係數均非常小。及「拋物面聚音裝置」的聲壓放大係數對其他方向的入射聲波放大很小。結論基本一致，但指向性或波束寬度和頻率有關。頻率越高，波束越窄，指向性越好。

2. 軸線上其他點的音量放大

圖2-19為 $\alpha = \pi/4$ 時，軸線上偏離焦點處的聲壓放大係數隨頻率變化的情況（ $l/a = 1$ ，焦距 $a = 0.25\text{m}$ ）。從圖中可以看出，與平行於軸線入射的平面波相比， $\alpha = \pi/4$ 時接收點在軸線上移動，接收點處的聲壓放大係數的情況較複雜，隨頻率增大而上下波動。

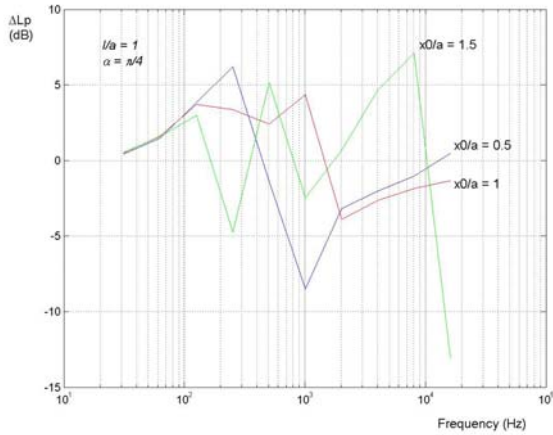


圖 2-19 $\alpha = \pi/4$ 時軸線上的聲壓放大係數隨頻率變化的情況（ $l/a = 1$ ，焦距 $a = 0.25\text{m}$ ）

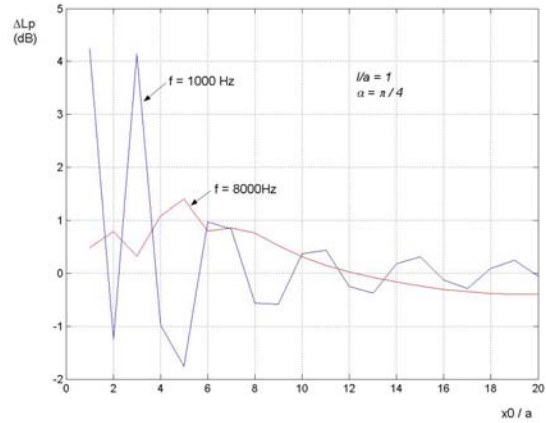


圖 2-20 $\alpha = \pi/4$ ， $f = 1000\text{Hz}$ 、 8000Hz 時軸線上各點的聲壓放大係數（ $l/a = 1$ ，焦距 $a = 0.25\text{m}$ ）

圖2-20為 $\alpha = \pi/4$ ，頻率為1000Hz及8000Hz時軸線上各點的聲壓放大係數（ $l/a = 1$ ，焦距 $a = 0.25\text{m}$ ）。

從上圖可以看到，在離拋物面較近的位置處，聲壓放大係數波動較大；當接收點與拋物面的距離超過六倍焦距以後，聲壓放大係數逐漸趨於零。

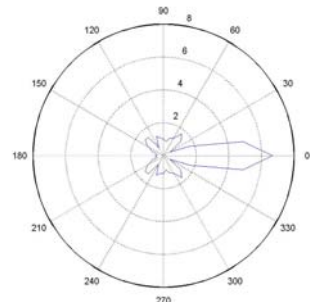
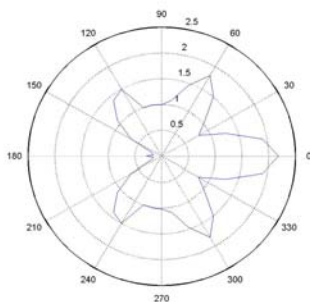
(二)指向性

當入射平面波與軸線夾角為 α 時，焦點處的聲壓放大係數為

$$\Delta L_p = 20 \log_{10} \left| \frac{p_i(\alpha) + p_r(\alpha)}{p_i(\alpha)} \right| \dots\dots\dots (2-23)$$

下面研究 $\left| \frac{p_i(\alpha) + p_r(\alpha)}{p_i(\alpha)} \right|$ 隨著 α 變化的情況。

圖2-21分別為頻率為500Hz、1000Hz、2000Hz和4000Hz時 $\left| \frac{p_i(\alpha) + p_r(\alpha)}{p_i(\alpha)} \right|$ 隨 α 變化的情況。



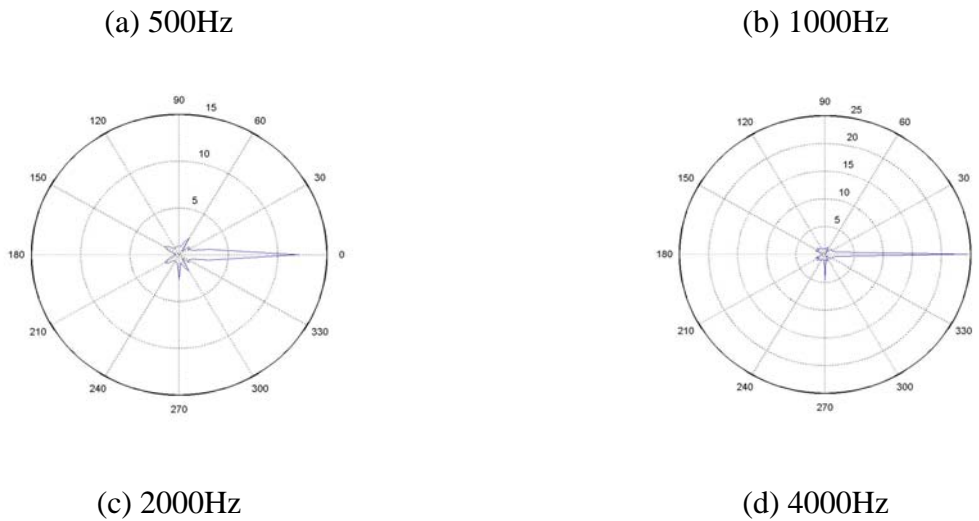


圖 2-21 焦點處的音量放大隨夾角 α 變化的情況：
(a) 500Hz；(b) 1000Hz；(c) 2000Hz；(d) 4000Hz

從上圖可以看出，隨著頻率的增加，指向性越來越好。在2000Hz的時候，0度角的放大倍數在12.5左右，而最大旁瓣的放大倍數不超過2。具體波束寬度有待進一步研究。

2.2 球面波入射（點音源）

一、點音源在軸線上

(一) 焦點處的音量放大

如圖2-22所示，有一點音源放在軸線上，座標為 $(x_s, 0, 0)$ 。

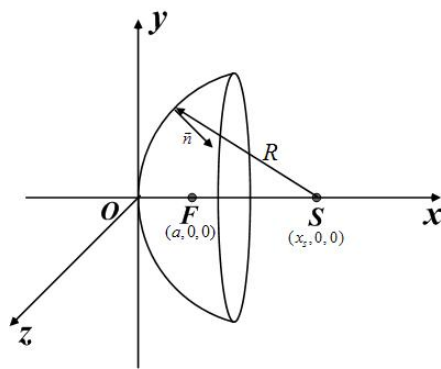


圖 2-22 拋物面軸線上的點音源

該點音源在拋物面上某一點產生的聲壓為

$$p_i = \frac{A}{R} e^{-jkR} \dots\dots\dots (2-34)$$

入射波經拋物面反射後的反射波的聲壓可用式 (2.1-16) 表示，採用3.2.1節中的座標變換 (2-13) 式，則：

$$v_n = v_R \cos(\vec{n}, \vec{R}) = \frac{e^{-jkR}}{\rho_0 c_0 R} \left(1 + \frac{1}{jkR} \right) \cos(\vec{n}, \vec{R}) \dots\dots\dots (2-35)$$

$$R = \sqrt{\left(\frac{r^2}{4a} - x_s \right)^2 + (r \sin \theta)^2 + (r \cos \theta)^2} \dots\dots\dots (2-36)$$

dS 可由式 (2-19) 表示。焦點處的聲壓放大係數仍用式 (2-20) 表示。下面採用數值計算的方法來研究不同的 l/a 值對焦點處的聲壓放大係數的影響。圖 2-23 為 $l/a = 1/4$ 、1 和 4 時聲壓放大係數隨頻率變化的情況 (保持焦距 $a = 0.25\text{m}$ 不變, 點音源座標為 $(10a, 0, 0)$)。從圖中可以看出, 入射波為軸線上的點音源產生的球面波時, 情況較複雜。當入射波為平行於軸線的平面波時, 圖 2-5 給出的情況較簡單, 隨著頻率的增大, l/a 值越大, 聲壓放大係數也越大。當入射波為球面波時, 在 1000Hz 以下, l/a 值越大, 聲壓放大係數也越大; 一旦頻率超過 1000Hz , 三條曲線開始波動, 互相交疊, 沒有明顯的規律。

(二) 點音源離拋物面的遠近的影響

軸線上的點音源離拋物面的遠近對焦點處的聲壓放大係數也有影響。圖 2-24、2-25 和 2-26 分別為 $l/a = 1/4$ 、1 和 4 時, 點音源距拋物面 10 倍焦距、30 倍焦距和 80 倍焦距時, 焦點處的聲壓放大係數隨頻率變化的關係 (焦距 $a = 0.25\text{m}$ 保持不變)。

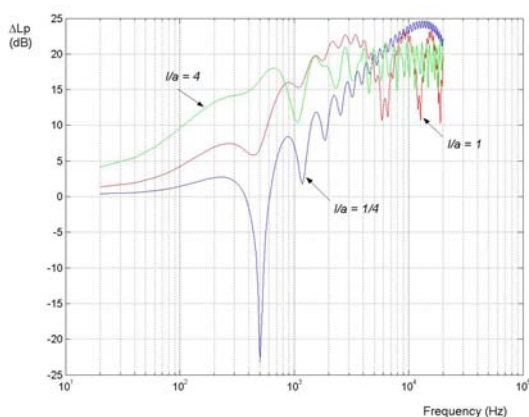


圖 2-23 不同的 l/a 值時焦點處的聲壓放大係數隨頻率的變化 (保持焦距 a 不變, 點音源座標為 $(10a, 0, 0)$)

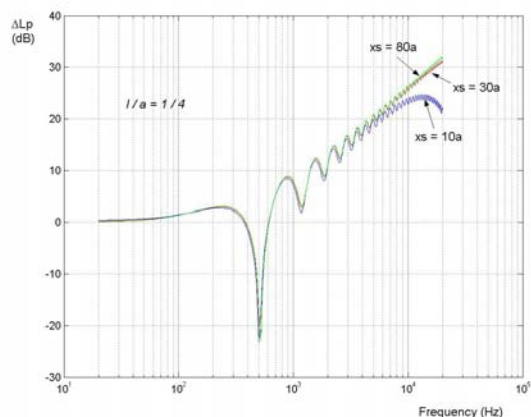


圖 2-24 點音源距拋物面 $10a$ 、 $30a$ 和 $80a$ 時, 焦點處的聲壓放大係數隨頻率變化的關係 (焦距 $a = 0.25\text{m}$ 保持不變, $l/a = 1/4$)

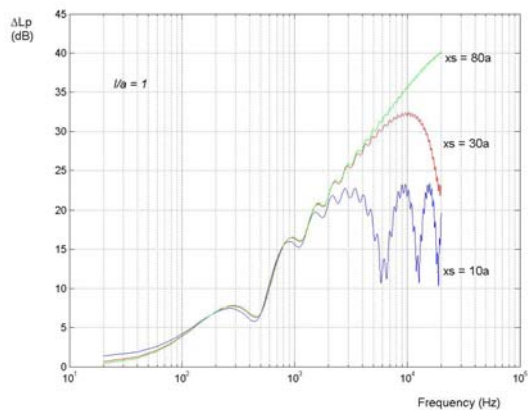


圖 2-25 點音源距拋物面 $10a$ 、 $30a$ 和 $80a$ 時, 焦點處的聲壓放大係數隨頻率變化的關係 (焦距 $a = 0.25\text{m}$ 保持不變, $l/a = 1$)

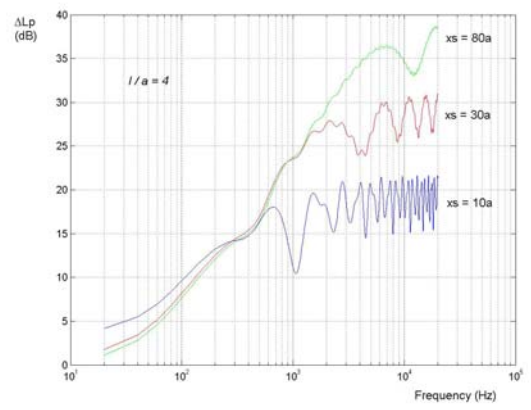


圖 2-26 點音源距拋物面 $10a$ 、 $30a$ 和 $80a$ 時, 焦點處的聲壓放大係數隨頻率變化的關係 (焦距 $a = 0.25\text{m}$ 保持不變, $l/a = 4$)

對於 $l/a = 1/4$ 的拋物面, 在 $8,000\text{Hz}$ 以下, 點音源距拋物面的遠近對聲壓放大係數沒有明顯的影響; 超過 $8,000\text{Hz}$ 以後, 點音源距拋物面 10 倍焦距時的聲壓放大係數逐漸偏離另外兩種間距下的數值。而點音源距拋物面 30 倍焦距和 80 倍焦距的情況與入射波為平行於

軸線入射的平面波的情況類似。這也是容易理解的，因為在無窮遠處的點音源產生的聲場與平面波聲場很相似。

對於 $l/a = 1$ 的拋物面，在1,500Hz以下，三條曲線基本重合；到了2,000Hz左右，點音源與拋物面的距離為10倍焦距時，焦點處的聲壓放大係數偏離其他兩個距離時的聲壓放大係數，並且隨著頻率的增大開始波動；在5,000Hz以下，點音源與拋物面的距離為30倍焦距和80倍焦距時，焦點處的聲壓放大係數基本一致，超過5,000Hz以後，兩條曲線開始分離；超過10,000Hz以後，點音源與拋物面的距離為30倍焦距時，焦點處的聲壓放大係數迅速減小；而點音源與拋物面的距離為80倍焦距時，焦點處的聲壓放大係數在頻率範圍內一直單調增大，與平行於軸線入射的平面波類似。

對於 $l/a = 4$ 的拋物面，在500Hz以下，三條曲線基本重合；超過500Hz以後，點音源與拋物面的距離為10倍焦距時，焦點處的聲壓放大係數偏離其他兩個距離時的聲壓放大係數，並且隨著頻率的增大開始波動；在1,500Hz以下，點音源與拋物面的距離為30倍焦距和80倍焦距時，焦點處的聲壓放大係數基本一致，超過1,500Hz以後，兩條曲線開始分離，點音源與拋物面的距離為30倍焦距時，焦點處的聲壓放大係數也隨著頻率的增大開始波動；而點音源與拋物面的距離為80倍焦距時，焦點處的聲壓放大係數在7,000Hz以下一直單調增大，在7,000Hz與20,000Hz之間有一個小的波動，與前面 $l/a = 1/4$ 和1的情況稍有不同。

圖2-27為頻率為500Hz、1,000Hz、2,000Hz、4,000Hz和8,000Hz時點音源離拋物面的遠近對焦點處的聲壓放大係數的影響（焦距 $a = 0.25\text{m}$ ， $l/a = 1$ ）。從圖中可以看出，在500Hz的時候，當點音源與拋物面的距離超過8倍焦距以後，焦點處的聲壓放大係數保持在7dB左右；在1000Hz的時候，當點音源與拋物面的距離超過20倍焦距以後，焦點處的聲壓放大係數保持在16.5dB左右；在2000Hz的時候，當點音源與拋物面的距離超過20倍焦距以後，焦點處的聲壓放大係數保持在22dB左右；在4000Hz的時候，當點音源與拋物面的距離超過30倍焦距以後，焦點處的聲壓放大係數保持在27.5dB左右；在8000Hz的時候，當點音源與拋物面的距離超過60倍焦距以後，焦點處的聲壓放大係數保持在33.5dB左右。

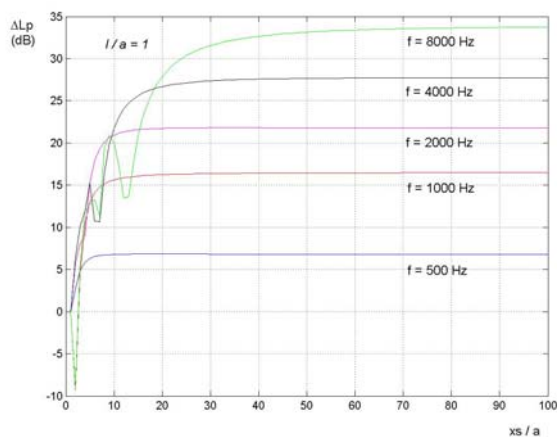


圖 2-27 500Hz、1,000Hz、2,000Hz、4,000Hz 和 8,000Hz 時點音源離拋物面的遠近對焦點處的聲壓放大係數的影響（焦距 $a = 0.25\text{m}$ ， $l/a = 1$ ）

與表2-1進行對照可以發現，頻率為500Hz時，當點音源與拋物面的距離超過8倍焦距以後，就可以作為平面波來處理；頻率為1,000Hz時，當點音源與拋物面的距離超過20倍焦距以後，就可以作為平面波來處理；頻率為2,000Hz時，當點音源與拋物面的距離超過20倍焦距以後，就可以作為平面波來處理；頻率為4,000Hz時，當點音源與拋物面的距離超過30倍焦距以後，就可以作為平面波來處理；頻率為8,000Hz時，當點音源與拋物面的距離超過60倍焦距以後，就可以作為平面波來處理。「拋物面聚音裝置」的主要特點是針對正入射平面波進行放大。其原理是利用拋物面的性質使到達焦點的各個能量流（各條聲線、或平面波）

同相位。對點音源，這個條件顯然很難達到。除非點音源距離拋物面很遠，可以近似為平面波，因此，當點音源距離拋物面較遠時，「拋物面聚音裝置」仍有較好的放大正入射聲波的作用。但這個距離的具體大小和頻率有關，頻率越高，則從點音源到達拋物面的各點的相位差仍有可能較大。對上例（焦距 $a = 0.25\text{m}$ ， $l/a = 1$ ），拋物面焦點為 0.25m ，點音源距離焦點 d 以外。此時，和平面波相比的聲程差導致的相位差約為 $0.25/d\lambda$ 。根據相位疊加要求，可算得一定距離的有效頻率（對點音源仍有較好的放大正入射聲波的作用）為 $f \leq 400d$ Hz。同樣，可以針對所要研究的頻率，給出對點音源仍有較好的放大正入射聲波的最小距離要求 $d \geq f/400$ m。更精確的公式有待進一步研究。

二、點音源不在軸線上

(一)焦點處的音量放大

如點音源不在軸線上，如圖2-28所示，可以參考3.2.2節的方法求出焦點處的聲壓放大係數。計算焦點處的聲壓放大係數的公式與2.2.1節的公式基本相同，只有點音源與拋物面上某點的距離 R 發生改變，即

$$R = \sqrt{\left(\frac{r^2}{4a} - x_s\right)^2 + (r \sin \theta - y_s)^2 + (r \cos \theta)^2} \dots\dots\dots (2-37)$$

下面採用數值計算的方法來研究不同的 l/a 值對焦點處的聲壓放大係數的影響。圖2-29為 $l/a = 1/4$ 、1和4時聲壓放大係數隨頻率變化的情況（保持焦距 $a = 0.25\text{m}$ 不變，點音源座標為 $(10a, 3a, 0)$ ）。從圖中可以看出，超過100Hz以後， $l/a = 4$ 的拋物面在焦點處的聲壓放大係數在10上下波動； $l/a = 1/4$ 和1的拋物面在焦點處的聲壓放大係數逐漸趨於零。這與點音源在軸線上的情況又不太一樣。

(二)點音源離拋物面的遠近的影響

固定點音源的 x 座標，改變 y 座標，考察此時焦點處的聲壓放大係數。圖2-30為當點音源座標為 $(10a, 10a, 0)$ 時，不同的 l/a 值時焦點處的聲壓放大係數隨頻率的變化（保持焦距 a 不變）。從圖中可看出，超過100Hz以後，焦點處的聲壓放大係數迅速減小；在500Hz以上，又有一定的增大，超過1,000Hz以後又趨於零。圖2-31為當點音源座標為 $(10a, 30a, 0)$ 時，不同的 l/a 值時焦點處的聲壓放大係數隨頻率的變化（保持焦距 a 不變）。從圖中可以看出，在整個頻率範圍內，焦點處的聲壓放大係數均很小。

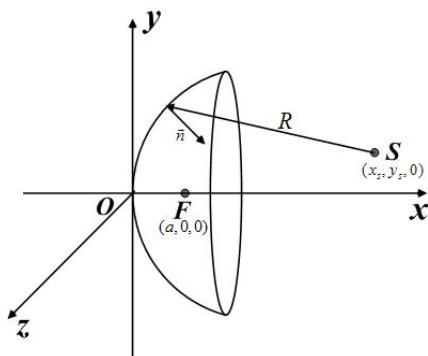


圖 2-28 偏離拋物面軸線的點音源

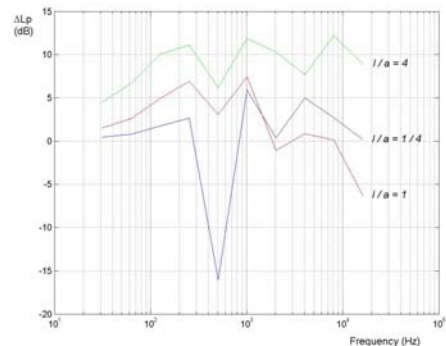


圖 2-29 不同的 l/a 值時焦點處的聲壓放大係數隨頻率的變化（保持焦距 a 不變，點音源座標為 $(10a, 3a, 0)$ ）

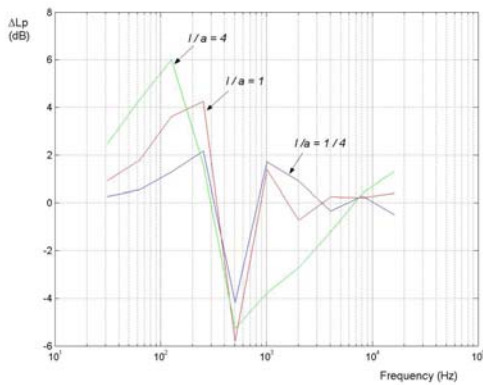


圖 2-30 不同的 l/a 值時焦點處的聲壓放大係數隨頻率的變化 (保持焦距 a 不變, 點音源座標為 $(10a, 10a, 0)$)

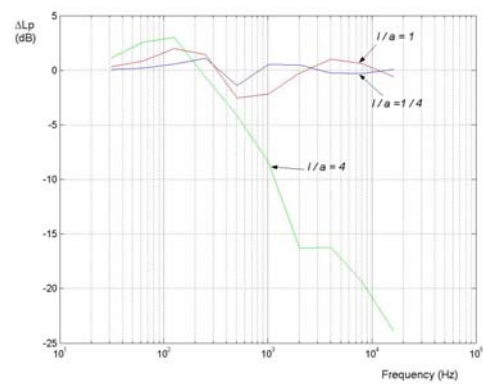


圖 2-31 不同的 l/a 值時焦點處的聲壓放大係數隨頻率的變化 (保持焦距 a 不變, 點音源座標為 $(10a, 30a, 0)$)

2.3 柱面波入射 (線音源)

線音源輻射的聲場可以近似用多個點音源輻射的聲場疊加起來模擬。主要考慮線音源垂直於拋物面軸線及與軸線夾一定角度時焦點處的音量放大, 線音源與拋物面的距離對焦點處的音量放大的影響。

一、焦點處的音量放大

如圖2-32所示, 有一列線音源垂直於拋物面軸線, 這裏用九個間距相等的點音源來模擬線音源。每個點源產生的聲壓以及被拋物面反射後的反射波聲壓可以參考2.2節中的相應內容。對於整個線音源在焦點處的聲壓放大係數可用下式進行計算:

$$\Delta L_p = 20 \log_{10} \left| \frac{\sum p_i + \sum p_r}{\sum p_i} \right| \dots \dots \dots (2-38)$$

圖2-33給出的是不同的 l/a 值時, 焦點處的聲壓放大係數隨頻率變化的情況保持焦距 a 不變, 線音源中心的座標為 $(10a, 0, 0)$ 。從圖中可以看出, 和點音源情況類似, 焦點處的聲壓放大係數基本上隨頻率增大而增大。

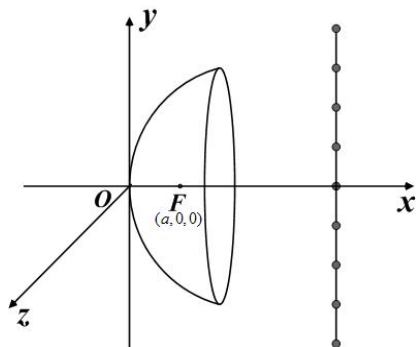


圖 2-32 線音源示意圖 (不代表實際尺寸)

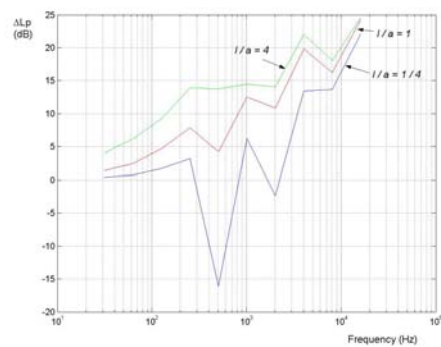


圖 2-33 不同的 l/a 值時焦點處的聲壓放大係數隨頻率的變化 (保持焦距 a 不變, 線音源中心的座標為 $(10a, 0, 0)$)

圖2-34給出的是線音源中心距離拋物面頂點10倍焦距 ($10a = 2.5m$)、20倍焦距 ($20a = 5m$) 和60倍焦距 ($60a = 15m$) 時, 焦點處的聲壓放大係數隨頻率變化的情況。線音源總長為4m, 每個點源之間的時間隔為0.5m, 拋物面開口直徑為1m ($l/a = 1$)。從圖中可以看

出，聲壓放大係數近似隨著頻率的增大而增大，在4000Hz時出現了一個峰值，然後快速的減小。

二、指向性

當線音源與軸線夾一定角度 α 時圖2-35，焦點處的聲壓放大係數也會有一定的變化。圖2-36和2-37給出的是頻率為1000Hz時，線音源中心距離拋物面10倍焦距和50倍焦距時，

焦點處的音量放大 $\left| \frac{p_i(\alpha) + p_r(\alpha)}{p_i(\alpha)} \right|$ 隨角度 α 變化的情況 ($l/a = 1$)。從圖中可以看出，當線音源中心距離拋物面10倍焦距時，在50度、130度、230度和310度處，音量放大出現極大值；當線音源中心距離拋物面50倍焦距時，各個方向上的音量放大比較均勻，指向性不好。

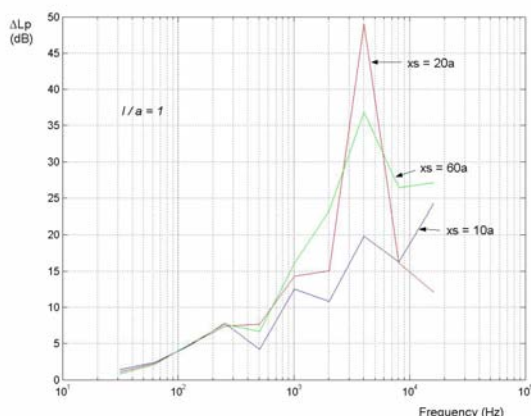


圖 2.3-34 線音源距離拋物面頂點 10 倍焦距、20 倍焦距和 60 倍焦距，焦點處的聲壓放大係數隨頻率變化的情況 ($l/a = 1, a = 0.25m$)

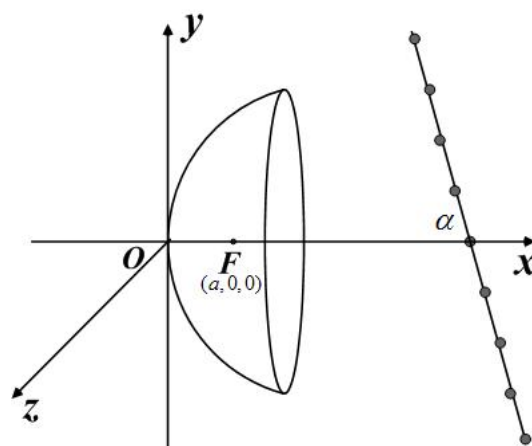


圖 2-35 線音源與軸線夾一定角度 α

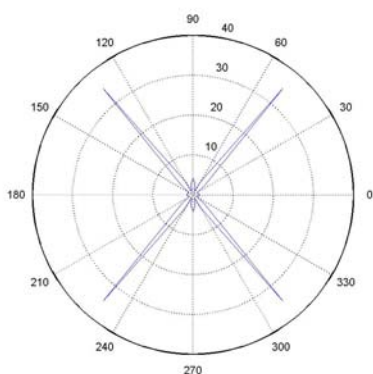


圖 2-36 1000Hz 時線音源中心距離拋物面 10 倍焦距，焦點處的音量放大隨角度 α 變化的情況 ($l/a = 1$)

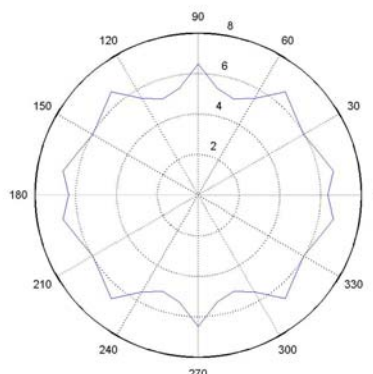


圖 2-37 1000Hz 時線音源中心距離拋物面 50 倍焦距，焦點處的音量放大隨角度 α 變化的情況 ($l/a = 1$)

參、現場量測

本研究僅將數值模擬拋物面在 $l/a = 0.42$ 時焦點處的聲放大因數 (dB) 隨頻率變化的理論關係與戶外現場量測進行比對。正焦型拋物面碟型天線：(1) Diameter(cm) 盤面開口直徑

(cm) : 114。(2)Focal Length 焦距 (cm) : 45.6。(3)Elevation angle range(o)仰角度調整 : 0-90。
(4)Azimute (o) 方位調整 : 0-360。(5)F / D ratio 焦距 / 直徑比例 : 0.38。(6)Painture
(Polyester Powder)塗裝 (粉體塗裝)。(7)Net Weight (kgw) 淨重 : 12.0kgw。(8)Material 材
質 : 鐵板。

肆、結果與討論

主要考慮點音源在軸線上焦點處的音量放大，再研究不同的 l/a 值和點音源離拋物面的遠近對焦點處的音壓放大係數的影響。圖 3-1 為本研究以 Matlab 推導出「拋物面聚音裝置」在軸線上，聲放大因數 (dB) 隨頻率變化的理論關係圖。圖 3-2，以拋物面直徑 $D=1.14\text{m}$ ，焦距 $a=0.456\text{m}$ ， $l/a=0.42$ ，用 NL-32 麥克風進行實際量測，再與理論值進行比對驗證。

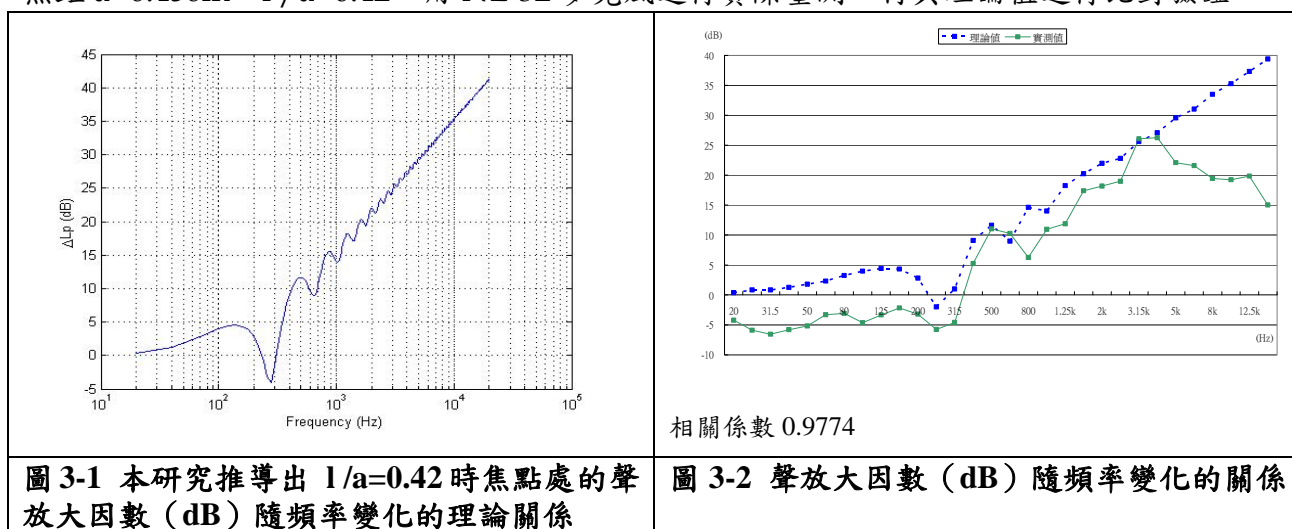


圖 3-1 本研究推導出 $l/a=0.42$ 時焦點處的聲放大因數 (dB) 隨頻率變化的理論關係

圖 3-2 聲放大因數 (dB) 隨頻率變化的關係

如圖 14 虛線為理論計算值，實線為實測資料。進行實驗時，麥克風距離聲源 4.56m 遠。從圖中可以看出，在 4kHz 以下，理論值和實驗資料相吻合，兩數列間相關係數(r)為 0.9774。相關係數(r)代表兩數列間的緊密程度，可用來衡量變數之間相關的程度。在 4kHz 以上，實驗值小於理論預測值，而且誤差越來越大。其中主要有兩個原因：聲源距離麥克風僅 4.5m 遠，在拋物面周圍產生的不是嚴格的平面波，入射波經過拋物面反射以後聚焦在焦點以外（遠離拋物面）的地方。4kHz 的時候聲波波長為 86mm，與麥克風振膜的大小在同一數量級，隨著聲波頻率越來越高，波長越來越短，麥克風振膜不能很好地響應高頻的聲波。上述的量測結果，與 Wahlström 論文中所提到的結果一致，且實際量測所得測值皆相當接近理論值推導。

伍、結論與建議

5.1 結論

一、平面波平行於軸線入射和與軸線夾一定角度入射的情況下，焦點處的聲壓放大係數以及指向性等問題。平面波平行於軸線入射，保持焦距不變，相同頻率下， l/a 值越大，焦點處的聲壓放大係數也越大；保持拋物面開口直徑不變，相同頻率下， l/a 值在 3-5 之間時，焦點處的聲壓放大係數最大。實際使用時，一般選用 $l/a=1$ 的拋物面，此時焦點處的聲壓放大係數與最大值的差距不超過 2dB。當接收點偏離焦點時，聲壓放大係數明顯減小。當平面

波與軸線有一定夾角入射時，焦點處的聲壓放大係數也減小很多。當接收點也偏離焦點時，音量放大效果很差，情況也更為複雜。焦點處的聲壓放大係數隨夾角 α 的變化也說明了該拋物面裝置具有較好的指向性。「拋物面聚音裝置」的放大倍數主要和焦距、開口直徑和聲波波長的比值有關。在拋物面開口直徑保持不變的條件下，在 l/a 值大於1的條件下，頻率增加一倍，波長減少一倍，聲壓放大係數增大約6dB。在頻率、焦距一定的條件下，開口直徑越大，聲壓放大係數越大。開口直徑增加一倍，則聲壓放大係數增大約6dB。

二、當點音源不在軸線上，與平面波的情形不同，點音源產生的聲場在焦點處引起的聲壓放大係數的情況較為複雜。隨著頻率的增大，焦點處的聲壓放大係數並不一定單調地增大，可能會出現波動或振盪。點音源距離拋物面的遠近也會對焦點處的聲壓放大係數產生影響。當點音源距離拋物面較近時，焦點處的音量放大效果不是很好，情況也比較複雜；當點音源距離拋物面較遠時，焦點處的音量放大效果較好，接近於平面波的情況。針對（焦距 $a = 0.25\text{m}$ ， $l/a = 1$ ）這種特殊情況，初步估算公式為：點音源在一定距離 d 的有效頻率（對點音源仍有較好的放大正入射聲波的作用）為 $f \leq 400d$ Hz；針對所要研究的頻率，對點音源仍有較好的放大正入射聲波的最小距離要求 $d \geq f/400$ m。

三、當音源為線音源時，在焦點處的聲壓放大係數基本上隨著頻率的增加而增大。在4,000Hz的時候，焦點處的聲壓放大係數會出現一個極大值，對於 $l/a = 1$ 的拋物面，當線音源中心距離拋物面20倍焦距時，這種情況尤其明顯。在1,000Hz的時候，當線音源中心距離拋物面10倍焦距，焦點處的音量放大在四個角度（50度、130度、230度和310度）出現極大值；當線音源中心距離拋物面50倍焦距時，指向性不好。基本沒有明顯的一般規律。

5.2 建議

一、叢聚性交通噪音源分離初步可使用「拋物面聚音裝置」量測方式。

二、「拋物面聚音裝置」量測方式，因量測範圍內有直接音與反射音，麥克風之焦點理論上非一點，靈敏度或放大倍數和頻率有關，因此對測得噪音須做進一步頻譜分析，並無法準確量出叢聚性交通個別噪音值，主要功能建議：

- 1.可執行音源分離，以瞭解主、次要音源，如遇陳情案件，可以判斷責任歸屬。
- 2.可排定噪音源改善先後次序。

陸、參考文獻

- (1) J. W. S. Rayleigh. The theory of sound, vol. 2, London : Macmillan, 1896.
- (2) Sten Wahlström. The Parabolic Reflector as an Acoustical Amplifier, *J. Audio Eng. Soc.*, 1985, 33(6) : 418-429.