

吉他之振動特性與模態分析

王栢村¹ 黃國棟²

¹屏東科技大學機械工程系教授

²屏東科技大學機械工程系研究生

國立屏東科技大學

912 屏東縣內埔鄉學府路一號機械系振動噪音實驗室

Tel : (08)7703202 轉 7036 FAX : 08-7740142

E-MAIL : Wangbt@mail.npust.edu.tw

摘要

本研究主要是應用有限元素分析以及實驗模態分析兩種方法，對含琴柄及共鳴箱之整體吉他結構進行分析，以求得吉他之振動模態特性，以便於後續之吉他音響特性探討。首先使用有限元素軟體，以三維立體元素建構吉他結構之有限元素模型，進行理論模態分析與簡諧響應分析，求得吉他結構之模態參數以及頻率響應函數。同時，分別對吉他結構之前板、後板與琴柄部分規劃適當之實驗量測點，以衝擊錘驅動及加速度計量測進行實驗模態分析，由實驗量測得到之頻率響應函數，再行曲線嵌合得到模態參數，包括自然頻率、阻尼比、模態振型等。再以實驗模態分析所得之模態參數為基準，就兩種分析結果進行模型驗證，以確認有限元素模型之正確性，使瞭解整個吉他結構之振動特性，可作為吉他設計及音響特性分析之參考。

關鍵字：有限元素分析、實驗模態分析、共鳴箱、模態參數、頻率響應函數

Vibration Characteristics and Modal Analysis of a Guitar

Bor-Tsuen Wang¹, Kuo-Tung Huang²

¹Professor ²Graduate student

Department of Mechanical Engineering

National Pingtung University of Science and Technology

Abstract

This work applies both finite element analysis (FEA) and experimental modal analysis (EMA) to study the vibration modal properties of a guitar including the resonance box and neck or fret board. FEA software is adopted to construct the whole guitar by using 3D solid elements. Both modal and harmonic response analysis are performed to obtain guitar structural modal parameters and frequency response functions (FRFs). The front plate, back plate and neck of the guitar are properly divided with measurement points. The impact hammer and accelerometer are used as actuator and sensor, respectively, to measure the FRF, and so forth the modal parameters, including natural frequencies, modal damping ratios and mode shapes, can be determined by curve fitting process. Based on the experimentally extracted modal parameters, the FE model can be verified for its correctness. The dynamic properties of the guitar can be obtained and useful for design and sound characteristic analysis.

Keywords: finite element analysis, experimental modal analysis, resonance box, modal parameter, frequency response function.

一、前言

吉他的發展起源很早，而且聲音之獨特有別於一般管樂器與鋼琴，因此被廣泛的使用於演奏上。但是有吉他有一個很大之缺點，就是聲音太小，無法與管樂器或是鋼琴相比，直到麥克風與擴音器的發明後，才能與之比擬。吉他之結構主要是由共鳴箱、琴柄以及弦線所組成，而發聲的主要原理為藉由撥彈吉他之弦線，使共鳴箱共振產生共鳴而發出聲音，因此共鳴箱設計的好壞則決定了吉他的音色品質與音量大小。

有關於吉他之研究，國內外都有相關文獻可供參考。Graham[1]說明高音、中音與低音吉他主要的差異來自吉他內部支撐結構的不同，吉他的頻率響應取決於共鳴箱的前板與後板。另一方面取決於材料的材質與外型，厚度較薄、面積較大與材質較硬則有較高的頻率響應。Ezcurra[2]探討自由吉他薄板低頻模態的材料影響，確定吉他薄板不同材料參數變異的影響。對吉他薄板自然頻率與模態影響最大的參數是楊氏係數，密度則是作為一個改變頻率值的參數，雖然它不會改變成比例頻率關係或者模態型態。而剪力係數與蒲松比都不會影響到實驗結果。Kopac and Sali[3]則是探討吉他不同材質木板的頻率響應，對高密度的峰值而言，薄板表面的兩個支撐物會增加薄板的徑向硬度，這個結果導致增加模態數量（頻率峰值）。在使用不同方式的音板表面結構上的差異會導致不同的彈性係數、蒲松比、剪力係數與不同薄板的平均密度。Ricardo[4]探討吉他的弦線與音板在高頻率的振動響應，比較三種不同木材且獨立的音板之衰退時間。典型吉他之振動量測，量測結果顯示在高頻率從1到14kHz之間，會產生振動與輻射現象，但是聲音輻射的簡谐波產生於頻率超過20kHz。吉他音板的衝擊響應效應，在不同的點可能會給予有關於木材或者支撐結構的品質資訊。Elejabarrieta[5]所提出空氣經由音孔流入共鳴箱，無內部支撐結構對模態的影響，而當吉他內部支撐物增加時，模態自然頻率減少約5%左右。French and Bissinger[6]則是對弦樂器的聲弦裝置作探討，振動-輻射模型藉由模態激振的強度與發散效率兩個基本因素簡化聲音產生的過程。基本上力學上的動作原理都相類似，動能的產生是因為撥彈弦線，弦線連結到結構體使結構產生力的響應。

Elejabarrieta et al.[7]則提出由實驗模態分析技術與有限元素方法來研究吉他共鳴箱之振動，並將兩種結果作模型驗證。國內則有王等[8]對吉他共鳴箱作有限元素分析與實驗模態分析，各求出模態參數以及頻率響應函數以進行模型驗證，並且探討有無琴柄設計對於吉他模態的影響。本次研究首先根據王[9]之理論建立吉他整體結構之有限元素模型（忽略共鳴箱內部支撐結構），進行有限元素分析求得模態參數以及頻率響應函數。其後對吉他結構之前板、後板與琴柄部分作實驗模態分析，求得模態參數與實驗頻率響應函數。將兩種分析結果以實驗模態分析為基準進行模型驗證，以確認有限元素模型之正確性，了解吉他之振動特性。

二、問題定義

本次分析乃是對一去除弦線之吉他做分析，分為理論與實驗兩方面進行，圖 1 為忽略吉他內部支撐結構不加琴弦之幾何模型圖，表 1 為吉他之尺寸規格，表 2 則為吉他結構之材料參數。表 3 為本次實驗模態分析所使用之儀器。

三、分析目標

(一) 有限元素分析：

使用 ANSYS 軟體，利用線性立體元素(SOLID45)建構吉他之有限元素模型（忽略共鳴箱內部支撐結構），進行有限元素分析，求得理論之模態參數（自然頻率、模態振型）與頻率響應函數。

(二) 實驗模態分析：

針對吉他結構之前板、後板以及琴柄三個部分作模態測試(modal testing)，求得實驗頻率響應函數，經由 Me'Scope 軟體作曲線嵌合(curve fitting)得到模態參數以及合成實驗頻率響應函數。

(三) 模型驗證：

將有限元素分析與實驗模態分析之結果作模型驗證，驗證流程如圖 2 所示，由於實驗模態分析乃是對實際吉他結構作分析，因此須以此為基準，以確認有限元素模型之正確性。如結果不吻合，則須對有限元素模型作模型修正與結構修正，直到兩種分析結果吻合為止。

四、有限元素分析

利用 ANSYS 軟體之線性立體元素(SOLID45)建構忽略共鳴箱內部支撐結構之吉他有限元素模型，如圖 3 所示，進行模態分析與簡諧響應分析，求出吉他結構理論之模態參數與頻率響應函數。經過有限元素分析後，共求得 50 個模態，其中前 6 個吉他模態的自然頻率為 0Hz，是為 rigid mode。

1. 元素形式：線性立體元素(SOLID45)
2. 元素分割：對吉他整體結構作元素分割
3. 位移限制：FREE-FREE
4. 外力負荷：模態分析不用設定外力，簡諧響應分析則要給定一單位力 F

五、實驗模態分析

首先要對吉他結構之前板、後板與琴柄部分規劃量測點，以進行模態測試。其量測點規劃原則如下：

1. 後板：規劃 128 點，點與點間距 4cm，不足間距則在吉他輪廓邊緣增加點的規劃。

2. 前板：規劃 129 點，點與點間距 4cm，不足間距則在吉他輪廓及音孔邊緣增加點的規劃。
3. 琴柄：規劃 36 點，點與點間距 3cm，不足間距則在吉他琴柄邊緣增加點的規劃。

經由預測試得知，加速度計放置吉他後板第 41 點位置，衝擊槌敲擊吉他結構時可以得到良好的響應，並非吉他結構之節點位置，因此選定此點為固定加速度計之放置位置，移動衝擊槌進行模態測試，吉他量測點之規劃與加速度計放置位置如圖 4 所示。

吉他使用尼龍繩，掛勾於琴栓，懸吊於架上形成自由懸吊。利用衝擊槌對吉他結構之前板、後板以及琴柄部分敲擊，並以加速度計做為感測器進行量測，圖 5 為吉他模態測試架構圖。衝擊槌選擇塑膠衝擊頭，採固定加速度計，移動衝擊槌之方式進行模態測試。本實驗將頻譜分析儀(SIGLAB)設定頻寬為 0~1000Hz，解析頻率 1.25Hz，衝擊槌不加任何加權函數，加速度計則加 Exponential 為 0.1 的加權函數。經由模態測試將量得訊號傳輸到頻譜分析儀，作快速傅立葉轉換，求得實驗頻率響應函數與關聯性函數，再由 Me'Scope 軟體，對實驗頻率響應函數做曲線嵌合，以求得合成實驗頻率響應函數與模態參數。吉他經由實驗模態分析所求得之模態共有 20 個。

六、結果與討論

在此主要是要對吉他之有限元素分析與實驗模態分析結果作模型驗證，包含頻率響應函數、自然頻率、阻尼比以及模態振型之比較驗證，以確認吉他有限元素模型之正確性。

(一) 頻率響應函數之驗證

由於吉他結構複雜，在 ANSYS 軟體內執行簡諧響應分析相當不易，因此只對實驗頻率響應函數與合成實驗頻率響應函數進行驗證。圖 6 為實驗頻率響應函數曲線重疊顯示圖，圖 7(a)、(b)分別代表了同點與不同點之實驗頻率響應函數與關聯性函數圖形，其中輸出點與輸入點以(i,j)表示，實線代表實驗頻率響應函數，而虛線則是代表合成實驗頻率響應函數，分別就同點(41,41)與不同點(41,277)之實驗頻率響應函數與合成實驗頻率響應函數作探討，並觀看其關聯性函數對應情形。綜合討論如下：

1. 在同點(41,41)的對應上，實驗頻率響應函數與合成實驗頻率響應函數在峰值的位置都有對應到，但是在低頻率與高頻率區域的對應並不是十分良好。在共振點上，關聯性函數值趨近於 1；在反共振點上，因為響應較小，關聯性函數值較低。
2. 在不同點(41,277)的對應上，實驗頻率響應函數與合成實驗頻率響應函數在對應上都相當吻合，但在低頻率與高頻率區域之對應有些不佳。
3. 就同點與不同點之對應情形，整體來說，實驗品質良好，但兩者在低頻率與高頻率區域之對應都不是十分良好，可能是因為高頻產生抖動現象，導致在作曲線嵌合時無法正確選擇到峰值所致。
4. 由於吉他為一複雜結構，造成實驗頻率響應函數與合成實驗頻率響應函數並未完全對應，仍有些誤差，而曲線嵌合選擇之方法也會影響其對應結果。
5. 由實驗頻率響應函數曲線重疊圖可以看出，吉他結構之自然頻率峰值在 500Hz 以下皆相當清楚明顯，而在 500Hz 以上因為產生抖動之現象，造成自然頻率之峰值些微不明顯。

(二) 模態振型之驗證

將吉他有限元素分析與實驗模態分析兩種方法所求得之模態振型，進行比較驗證，找出兩者相對應之模態振型，表 4 為吉他結構兩種分析結果模態振型之自然頻率與所代表之物理意義，表 5 則為其模態振型之對應。有限元素分析得到之前 6 個模態，其自然頻率皆為 0，為 rigid mode，因此不予採用，取第 7 個模態作為第 1 個 mode，編號為 FEA1 以此類推，共有 44 個模態。實驗模態分析所得到之模態編號為 EMA1 以此類推，共有 20 個模態。FEA 與 EMA 分別代表吉他結構理論與實驗之模態，綜合討論於下：

1. 吉他之實驗模態分析乃是對吉他結構之前板、後板以及琴柄三部份作模態測試，因此進行模態振型驗證時，需針對吉他結構此三部份實驗模態分析結果與有限元素分析之模態振型作比對。
2. 經比對兩種分析方法之結果後，模態振型相當吻合的有 FEA5=EMA3=前後板(1,1)mode、FEA12=EMA7=前後板(2,1)mode、FEA25=EMA16=前後板(2,3)mode；琴柄 3rd z-bending。
3. 除了完全吻合之外，有些模態振型只有部分結構達到吻合，如 FEA4=EMA2=前後板(1,1)mode，但是在琴柄的對應上卻不吻合。FEA9=EMA5=前後板(1,2)mode，而琴柄與前板並沒有對應。FEA14=EMA8=後板(1,3)mode，在琴柄與前板的部分並未對應等等。
4. 吉他理論琴柄模態振型可以看到 z-bending、y-bending 與 x-torsion 三種振型，但是實驗琴柄模態振型卻只能看到 z-bending 與 x-torsion 之振型，並無 y-bending 之振型。而且理論琴柄模態振型的 z-bending 隨著模態數越高，可以看到 6th z-bending 振型，而實驗琴柄模態振型只能看到 3rd z-bending 振型，理論與實驗之吉他琴柄模態明顯有差異，可能是因為吉他之有限元素模型並未考慮到琴柄內支撐結構所致。
5. 吉他理論模態振型在高頻率時，吉他側板會開始產生變形，因實驗模態分析未規劃吉他側板之量測點，所以吉他實驗模態振型並不能看到側板之變化。

(三) 自然頻率之驗證

經由模態振型之驗證後，將吉他理論與實驗相對應之模態振型做自然頻率之比對，如表 4 所示。其探討如下：

1. 吉他理論與實驗模態振型相當吻合之自然頻率對應，FEA5=160.15Hz 與 EMA3=184.47Hz，FEA12=309.01Hz 與 EMA7=368.34Hz 之誤差較大，分別為 13.18% 以及 16.11%，FEA25=644.29Hz 與 EMA16=683.26Hz 之誤差則為 5.7%。
2. 模態振型部分吻合之自然頻率之對應，除了 FEA4=125.54Hz 與 EMA2=104.77Hz 之誤差為 -19.82% 較大外，其餘對應之誤差皆在 ±4% 以下，相差不大。
3. 吉他理論與實驗之自然頻率有些很相近，但是模態振型卻不相同，如 FEA2=67.9Hz 與 EMA1=67.621Hz，兩者誤差為 -0.41%，誤差相當小，振型卻無法對應，此情形可能是因為有限元素模型忽略吉他內部支撐結構所致。

(四) 阻尼比之驗證

由於在理論分析無法求得阻尼比，而實驗中在加速度計加上 Exponential 加權函數，導致曲線嵌合所得到之阻尼比較高，需加以修正以符合實際阻尼比。修正結果如表 6 所示。

七、結論

本次研究是利用有限元素分析以及實驗模態分析兩種方法，對吉他結構進行振動特型分析，並作模態驗證，確認理論與實驗結果是吻合的。以下有幾點結論：

1. 吉他結構經由曲線嵌合求出之實驗與合成實驗頻率響應函數曲線，相當吻合，顯示本次實驗之結果是可靠的。
2. 有限元素分析與實驗模態分析之模態振型的對應並非十分良好，可能與有限元素模型忽略吉他共鳴箱內部支撐結構有關，顯示有限元素模型仍有加強之必要。
3. 由吉他結構實驗模態分析之模態振型結果來看，後板之響應比起前板或琴柄響應要來的大，原因與加速度計放置之位置有關，可以考慮變換加速度計之放置點至前板或琴柄部位進行量測，用以比較不同放置點之差異。
4. 未來可規劃吉他結構側板與加上弦線吉他結構的模態測試，以求更符合吉他結構之振動響應。更可藉由所求得之吉他振動特性，從事吉他音響特性的研究探討。

八、參考文獻

1. Graham, C., 1995, "Designing a Guitar Family," *Applied Acoustics*, Vol. 46, pp. 3-17.
2. Ezcurra, A., 1996, "Influence of the Material on the Low Frequency Modes of a Free Guitar Plate," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 194, No. 4, pp. 640-644.
3. Kopac, J., and Sali, S., 1999, "The Frequency Response of Differently Machined Wooden Boards," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 227, No. 2, pp. 259-269.
4. Ricardo, R. B., 2002, "Vibration Measurements in the Classical Guitar," *Applied Acoustics*, Vol. 62, pp. 311-322.
5. Elejabarrieta, M. J., 2002, "Air Cavity Modes in the Resonance Box of the Guitar : The Effect of the Sound Hole," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 252, No. 3, pp. 584-590.
6. French, M., and Bissinger, G., 2001, "Testing of Acoustic Stringed Musical Instruments-an Introduction," *Experimental Techniques*, Vol. 25, No. 1, pp. 40-43.
7. Elejabarrieta, M. J., Ezcurra, A., and Santamaria, C., 2002, "Coupled Modes of the Resonance Box of the Guitar," *Acoustical Society of America*, Vol. 111, No. 5, pp. 2283-2292.
8. 王栢村，胡惠文，蘇敬翔，2003，「吉他共鳴箱之振動特性分析」，ANSYS 2003 台灣區用戶大會暨論文發表會，雲林，第 71-84 頁。
9. 王栢村，2001，「電腦輔助工程分析之實務與應用」，全華科技圖書股份有限公司。

九、附錄 (圖、表)

表 1、吉他尺寸規格

名稱	尺寸規格
吉他	$L \times B \times H = 1.04 \times 0.405 \times 0.102$ (m)
共鳴箱	共鳴箱長度 $l_0 = 0.5$ (m)
	音孔直徑 $2r = 0.1$ (m)
	板厚度 $t = 0.004$ (m)
琴柄	琴頸長度 $l_1 = 0.38$ (m)
	琴頭長度 $l_2 = 0.17$ (m)
	琴頸與琴頭厚度 $h_0 = 0.02$ (m)

表 2、吉他之材料參數

名稱	材料參數	備註
前板與後板	楊氏係數 $(E) = 1.43 \times 10^{10}$ (N/m ²)	等向性材料
	蒲松比 (ν) = 0.3	
	密度 (ρ) = 1600.3 (Kg/m ³)	
側板	楊氏係數 $(E) = 8.05 \times 10^9$ (N/m ²)	等向性材料
	蒲松比 (ν) = 0.3	
	密度 (ρ) = 1600.3 (Kg/m ³)	
琴柄	楊氏係數 $(E) = 4.35 \times 10^9$ (N/m ²)	等向性材料
	蒲松比 (ν) = 0.3	
	密度 (ρ) = 1600.3 (Kg/m ³)	

表 3、使用儀器表

儀器名稱	型號
訊號分析儀	Model-20 SigLab
衝擊槌	PCB 086C03
加速度計	KISTLER 8732A500 Sensitivity: 9.75mv/g

表 4、吉他自然頻率及物理意義之對應

有限元素分析			實驗模態分析			誤差%
編號	Hz	物理意義	編號	Hz	物理意義	
FEA4	125.54	前後板 (1,1) mode	EMA2	104.77	琴柄 x-torsion 前後板 (1,1) mode	-19.82
FEA5	160.15	前後板 (1,1) mode	EMA3	184.47	前後板 (1,1) mode	13.18
FEA9	261.04	琴柄 x-torsion 前後板 (1,2) mode	EMA5	259.82	琴柄 2 nd z-bending 前後板 (1,2) mode	-0.47
FEA12	309.01	前後板 (2,1) mode	EMA7	368.34	前後板 (2,1) mode	16.11
FEA14	388.04	前後板 (1,3) mode	EMA8	401.64	琴柄 x-torsion 前板 (2,1) mode	3.39

FEA21	557.38	前後板 (1,4) mode	EMA12	552.58	後板 (1,3) mode 前板 (1,4) mode 後板 (2,1) mode	-0.87
FEA22	580.7	琴柄 3 rd y-bending 前後板 (2,3) mode	EMA14	603.71	琴柄 3 rd z-bending 前後板 (2,3) mode	3.81
FEA24	629.05	琴柄 3 rd y-bending 前板 (1,3) mode 後板 (2,3) mode	EMA15	627.66	琴柄 3 rd z-bending 前後板 (2,3) mode	-0.22
FEA25	644.29	琴柄 3 rd z-bending 前後板 (2,3) mode	EMA16	683.26	琴柄 3 rd z-bending 前後板 (2,3) mode	5.7
FEA33	809.65	琴柄 5 th z-bending 前後板 (2,4) mode	EMA18	793.55	前後板 (2,4) mode	-2.03

表 5、吉他模態振型之對應

有限元素分析		實驗模態分析	
編號	模態振型	編號	模態振型
FEA4 125.54Hz		EMA2 104.77Hz	
FEA5 160.15Hz		EMA3 184.47Hz	
FEA9 261.04Hz		EMA5 259.82Hz	
FEA12 309.01Hz		EMA7 368.34Hz	
FEA14 388.04Hz		EMA8 401.64Hz	
FEA21 557.38Hz		EMA12 552.58Hz	
FEA22 580.7Hz		EMA14 603.71Hz	
FEA24 629.05Hz		EMA15 627.66Hz	

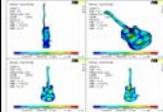
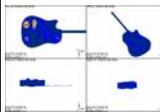
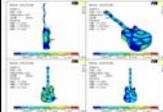
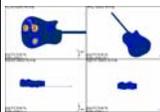
有限元素分析		實驗模態分析	
編號	模態振型	編號	模態振型
FEA25 644.29Hz		EMA16 683.26Hz	
FEA33 809.65Hz		EMA18 793.55Hz	

表 6、阻尼比之修正

編號	自然頻率	實驗阻尼%	修正阻尼%
EMA1	67.621	1.4465	1.1072
EMA2	104.77	1.1809	0.9619
EMA3	184.47	1.4503	1.3259
EMA4	242.32	1.3928	1.2981
EMA5	259.82	1.1842	1.0959
EMA6	319.78	1.0693	0.9976
EMA7	368.34	0.4029	0.3406
EMA8	401.64	0.0851	0.0279
EMA9	437.78	0.0442	-0.0083
EMA10	483.04	0.0432	-0.0043
EMA11	513.76	0.7707	0.7261
EMA12	552.58	0.1696	0.1280
EMA13	585.55	0.8499	0.8108
EMA14	603.71	0.5587	0.5207
EMA15	627.66	0.0764	0.0398
EMA16	683.26	0.4171	0.3836
EMA17	733.08	0.7042	0.6729
EMA18	793.55	0.0738	0.0449
EMA19	910.05	0.0194	-0.0058
EMA20	946.63	0.1884	0.1642

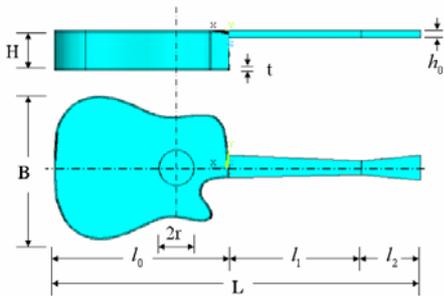


圖 1、吉他結構示意圖

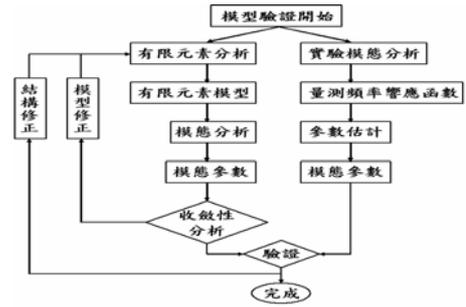


圖 2、模型驗證流程



圖 3、吉他結構之有限元素模型

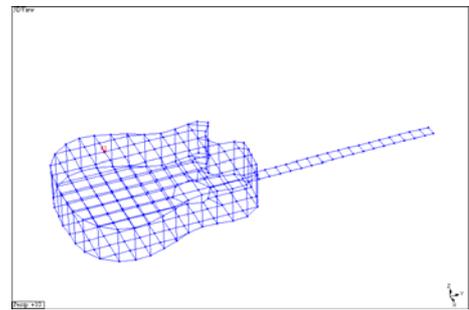


圖 4、吉他量測點之規劃以及加速度計放置位置



圖 5、吉他模態測試架構圖

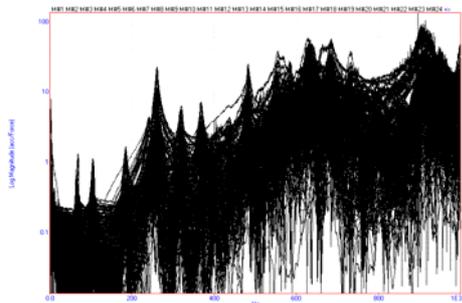
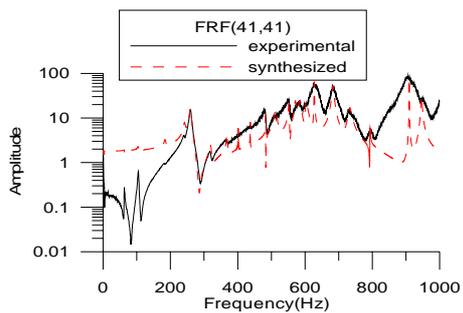
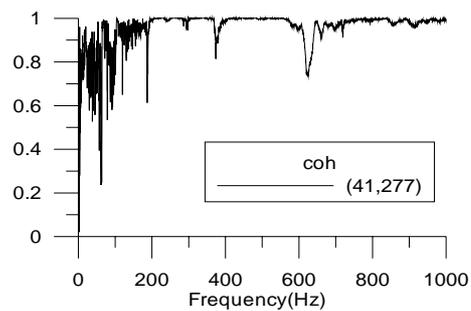
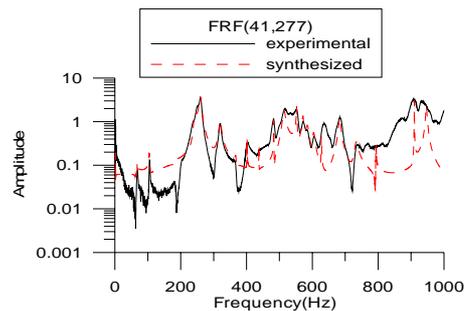
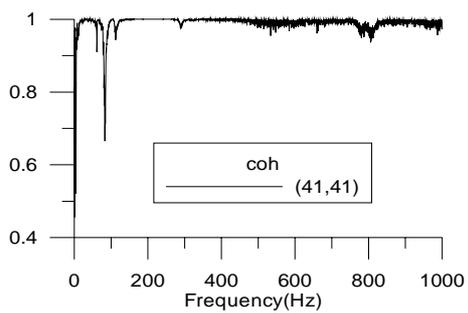


圖 6、實驗頻率響應函數曲線重疊顯示



(a) $i=41, j=41$



(b) $i=41, j=277$

圖 7、實驗頻率響應函數與關聯性函數