

聲波於不同流體介質斜向入射組材料之波傳特性

王昭男¹ 曾一航² 陳詩凱²

1. 教授 2. 碩士生

台灣大學工程科學及海洋工程學系

羅斯福路四段 1 號 106

電話: 02-33665754

E-mail: wangcn@ntu.edu.tw

摘要

本文旨在討論聲波斜向入射各種組材料在水介質與空氣介質的吸音率與穿透損失。文中首先將以理論程式比對以往學界所進行的組材料之穿透損失、吸音率實驗，證明此理論模式的正確性。接著再針對不同的材料組合方式、不同的聲波入射角度、不同的聲波傳輸介質，來比較其吸、隔音性能。

關鍵字: 組材料、吸音率、穿透損失

壹、前言

Biot 在 1956 年提出充滿流體之多孔彈性體的波傳理論[1,2]，之後 Allard 等人則以彈性理論建立多孔材的轉換矩陣關係[3]，對多孔材料吸音與隔音的性能作分析。此外，Stoll[4] 以 Biot 理論為基礎分析了聲波在不同深度之沙與泥中的聲速，同時也探討剪力波與壓縮波之衰減係數，而 Yamamoto[5] 也探討多孔彈性底層下海中聲波之傳播，發現剪力模數與頻率-孔隙-黏性合成數為兩個最重要參數。其後，Stoll [6,7] 分析了水與沉積物介面之反射係數，並對於剪力模數與體積彈性模數虛部衰減項做了探討。本研究亦是以 Biot 理論為基礎，探討聲波以不同角度入射材料時之吸隔音性能。

貳、彈性多孔材理論分析

依據 Biot[8]之推導，在多孔材中的應力與應變關係可表示為：

$$\text{結構體： } \sigma_{ij}^s = [(P-2N)\theta^s + Q\theta^f] \delta_{ij} + 2N e_{ij}^s$$

$$\text{流體： } \sigma_{ij}^f = (-\phi p) = Q\theta^f + R\theta^s$$

其中 N 為材料的剪力模數， P 、 Q 、 R 為彈性係數。此外 Biot 亦引入在流體與結構體相對運動所產生之慣性力，此慣性力與流體之黏性無關，再結合流體黏性生成作用力項，則可得到流體與結構體之運動方程式，假設結構體與流體之純量位移勢能為 φ^s 與 φ^f ，因此 $\mathbf{u}^s = \nabla \varphi^s$ 且 $\mathbf{u}^f = \nabla \varphi^f$ ，則運動方程式成為

$$-\omega^2(\tilde{\rho}_{11}\varphi^s + \tilde{\rho}_{12}\varphi^f) = P\nabla^2\varphi^s + Q\nabla^2\varphi^f$$

$$-\omega^2(\tilde{\rho}_{22}\varphi^f + \tilde{\rho}_{12}\varphi^s) = R\nabla^2\varphi^f + Q\nabla^2\varphi^s$$

求解此聯立方程式可得兩特徵值與兩特徵向量。相同的若假設結構體與空氣之向量位移勢能為 ψ^s 與 ψ^f ，即 $\mathbf{u}^s = \nabla \times \psi^s$ 且 $\mathbf{u}^f = \nabla \times \psi^f$ ，則運動方程式成為

$$\nabla^2 \psi^s + \frac{\omega^2}{N} \left(\frac{\tilde{\rho}_{11} \tilde{\rho}_{22} - \tilde{\rho}_{12}^2}{\tilde{\rho}_{22}} \right) \psi^s = 0$$

利用此方程式亦可求得剪力波之特徵值。

由前述之推導可知聲音在多孔介質中傳播，可有三種波存在(兩個壓縮波及一個剪力波)。

參、轉換矩陣求反射、穿透係數

(1) 多孔材之轉換矩陣

由上節我們可知彈性多孔材內可有兩個壓縮波及一個剪力波，如圖 1 所示

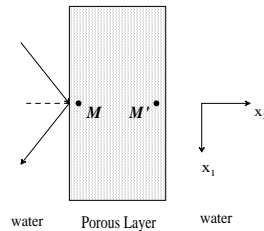


圖 1 多孔材兩端之應力與速度關係

在 M 點之特徵物理量可寫成一矩陣為 $\mathbf{V}_p(M) = [v_1^s \ v_3^s \ v_3^f \ \sigma_{33}^s \ \sigma_{13}^s \ \sigma_{33}^f]^T$ ，而在另一端邊界則為 $\mathbf{V}(M')$ ，兩者間之關係可用一轉換矩陣 $[\mathbf{T}]$ 來表示，即為 $\mathbf{V}_p(M) = [\mathbf{T}] \mathbf{V}_p(M')$ 。其中 $[\mathbf{T}] = [\Gamma(0) \ | \ \Gamma(l)]^{-1}$ 。同理聲波彈性固體的轉換矩陣亦可如此推導，即 $\mathbf{V}_s(M) = [\Gamma_s(0)][\Gamma_s(l)]^{-1} \mathbf{V}_s(l) = [\mathbf{T}_s] \mathbf{V}_s(M')$ ，其中 $\mathbf{V}_s(x) = [v_1^s \ v_3^s \ \sigma_{33}^s \ \sigma_{13}^s]^T$

(2) 材料界面之轉換矩陣

對於不同材料之間，其交界面亦可利用速度與應力的連續條件建立一轉換矩陣。彈性體與多孔材之交界面、流體與多孔材之交界面上之傳輸矩陣以及流體與彈性固體交界面上之傳輸矩陣可分別表示為

$$[I_{s,p}] \mathbf{V}_s(C) + [J_{s,p}] \mathbf{V}_p(D) = 0, \quad [I_{f,p}] \mathbf{V}_f(M_1) + [J_{f,p}] \mathbf{V}_p(M_2) = 0, \quad [I_{f,s}] \mathbf{V}_f(M_1) + [J_{f,s}] \mathbf{V}_s(M_2) = 0$$

其中 $[I_{s,p}]$, $[J_{s,p}]$... 等矩陣請參閱文獻[9]。

(3) 吸音係數與傳輸損失

假設在材料透射邊之流體為半無窮，則表面 F 點之阻抗等於流體之阻抗，即

$$Z_f = p(F) / v_3(F) = Z_c / \cos \theta$$

而在材料之入射表面 A 點，其壓力與速度的關係可表示為 $p(A) - Z_a v_3(A) = 0$ 。最後將各材質與界面間所有的轉換矩陣與上列兩式整理成一組從 A 點到 F 點的矩陣方程，亦即

$$\begin{bmatrix} -1 & Z_a & 0 & \dots & 0 \\ & & [D] & & \\ 0 & \dots & 0 & -1 & Z_b \end{bmatrix} \mathbf{V}_D = 0$$

上列矩陣之行列式為零即可得到材料表面之音響阻抗 Z_a ，進而求得反射係數

$$R_a = (Z_a - Z_c / \cos \theta) / (Z_a + Z_c / \cos \theta)$$

吸音係數則為 $\alpha = 1 - |R_a|^2$

若假設此組合材料之穿透係數為 $T(\theta)$ ，其與反射係數之關係為

$$p(A)[T(\theta)/(1 + R_a)] - p(B) = 0$$

則矩陣式成為

$$[D']\mathbf{V}_D = \begin{bmatrix} T(\theta)/(1 + R_a) & \dots & 0 & -1 & 0 \\ & & [D] & & \\ 0 & \dots & 0 & -1 & Z_b \end{bmatrix} \mathbf{V}_D = 0$$

故材料之穿透係數 $T(\theta)$ 為

$$T(\theta) = (1 + R_a) |D_{N-1}| / |D_1|$$

若考慮聲波為漫散入射(random incidence)，則材料之穿透損失 TL 為

$$TL = -10 \log_{10} 2 \int_0^{\pi/2} |T(\theta)|^2 \cos \theta \sin \theta \, d\theta$$

肆、理論驗證

為驗證前述理論之正確性，文中分析了鋁板之穿透損失並與國立台灣大學音響實驗室利用聲音強度法測量鋁板的結果進行比較，由圖 2 之結果可發現理論分析值與實驗值相差都在 2dB 以內，可驗證程式在分析穿透損失是相當準確的。

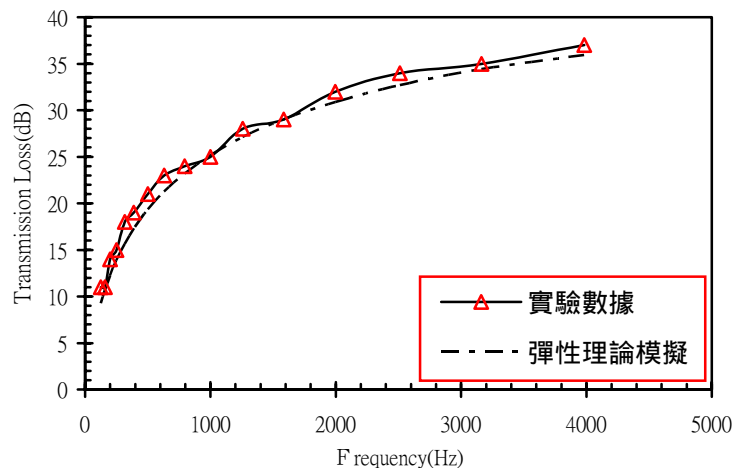


圖 2 音響實驗分與理論分析穿透損失比較

其次分析了海平面下十米與一百米的沙層的波速，文中將沙層視為一多孔性材質，將沙層的參數代入程式做理論分析，由圖 3 可知與 Stoll 的計算結果一致。

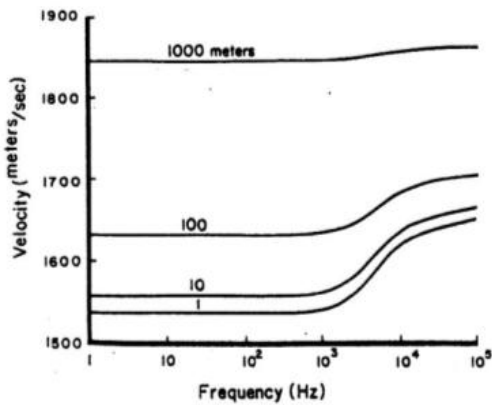


圖 3(a) Stoll 計算沙層壓縮波波速

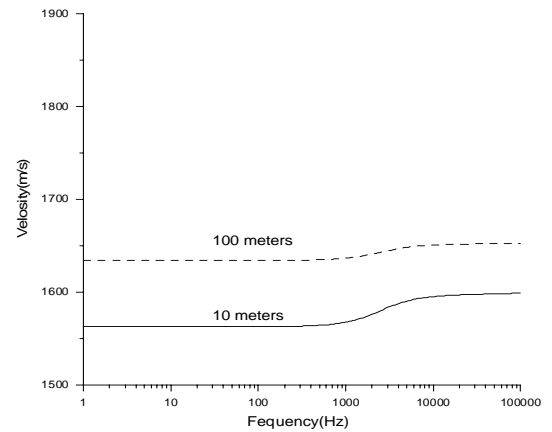


圖 3(b) 本文計算結果

伍、聲波於不同流體斜向入射組合材料結果討論

(1) 流體為空氣

在吸音方面以多層的組合材料來提升傳統單層吸音材料的吸音性能，文中選用 2 種密度 (1.25 公分, 130 Kg/m^3 與 32 Kg/m^3) 不同的玻璃纖維棉加以組合後觀察其吸音的能力。圖中「130,32」表該曲線是將密度 130 Kg/m^3 的材料放置於前面對音源；而密度 32 Kg/m^3 的材料置於後端，其餘類推。由圖 4 中之結果顯示，在有限厚度的狀況下，將密度較大的多孔材料放置於聲波入射面，可以有較優良的吸音效果。圖 5 則是選用「130,32」的組合方式探討聲波由不同角度入射的結果，在聲頻大約 1500Hz 以下，入射角度越大吸音效果越好；而聲頻在 1500Hz 以上則有入射角越小吸音率越好的趨勢。

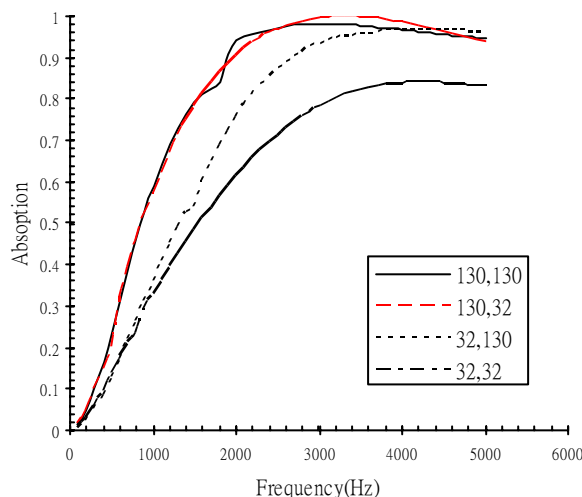


圖 4 聲波垂直入射組合材料的吸音率

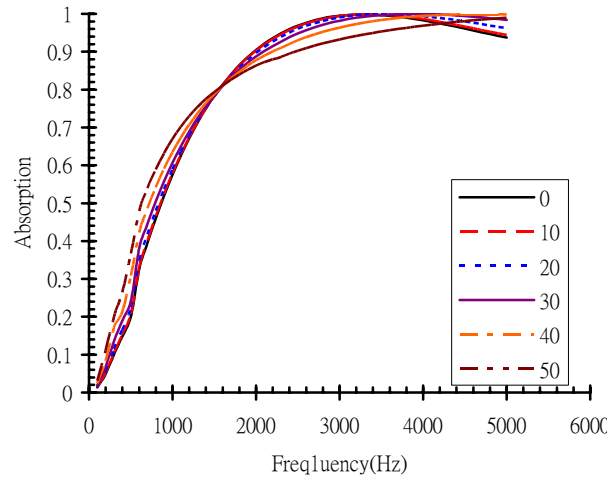
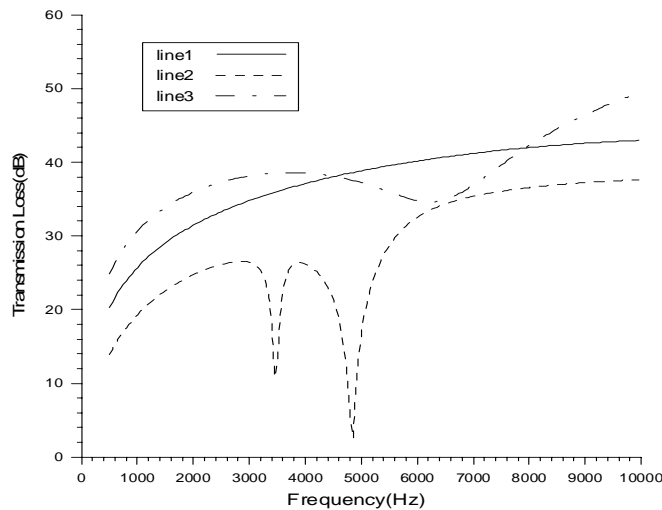


圖 5 聲波斜向入射「130,32」組合方式之材料吸音率

組合材料應用在隔音部份，則是在厚度一定的狀況下，利用組合材料來提高隔音的效果。文中以為整體厚度為 0.8mm 的組合結構，在厚度相同的條件下，改變中間 0.4mm 的介質材料，分別為鋼、空氣以及多孔材料，觀察其聲波對穿透損失的變化。由圖 6 可發現在中間夾多孔的組合材料，其穿透損失並不亞於整層都為鋼材的，但是整體重量幾乎少了一半，達到了經濟、輕量化的目的。



line1：單一鋼板，厚 0.8mm

line2：兩鋼板夾一空氣層，鋼板厚 0.2mm，空氣層厚 0.4mm

line3：兩鋼板夾一多孔材，鋼板厚 0.2mm，多孔材厚 0.4mm

圖 6 中間 Media 材料不同的穿透損失比較

(2)流體為水

首先必須選擇適用於水中的吸音材料，條件是要讓材料的特徵阻抗能與水的特徵阻抗互相

匹配，使聲波在通過水與材料的界面不被反射。圖 7 為 5cm 橡膠置於水中，聲波入射之反射係數，由圖中之結果顯示反射量不大，有 90% 以上之能量被吸收，顯見橡膠是合適的水中吸音材料。

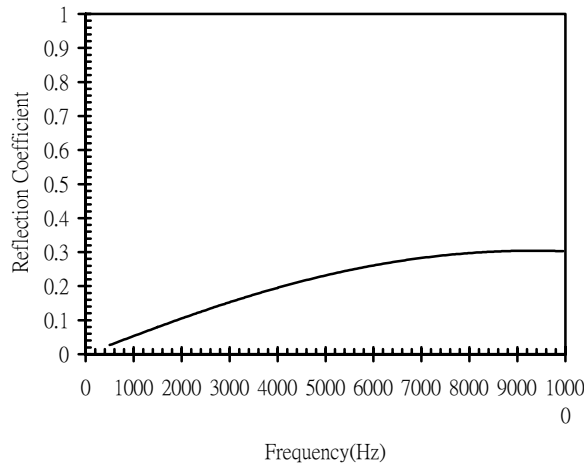


圖 7 橡膠材料接受聲波入射之反射係數

其次將多孔橡膠與鋼材組合，以探討水下載具貼吸音材之性能，圖 8 至 11 分別為孔隙尺寸對應孔隙率之吸音係數圖。由結果之比較可知在孔隙尺寸設定上過大或是過小皆無法產生良好之吸音效果，孔徑之大小必須能讓流體的黏滯磨擦發揮效用方可提高吸音性能，因此，無論是對吸音材料之選取或是製造，除了孔隙率外，孔徑尺寸也是必須列入考慮的一個因素。

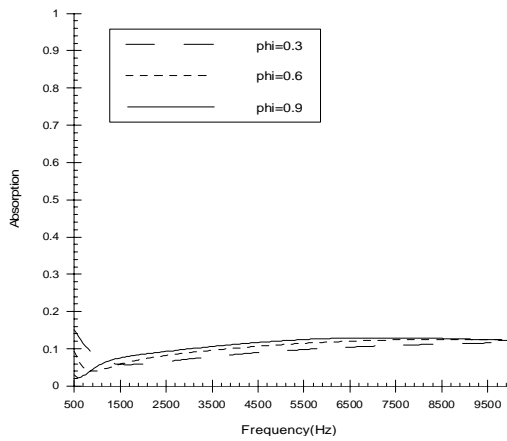


圖 8 孔隙尺寸 $10^{-6} m$

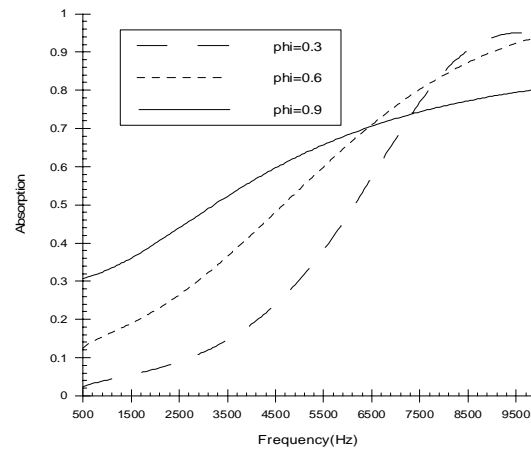


圖 9 孔隙尺寸 $10^{-5} m$

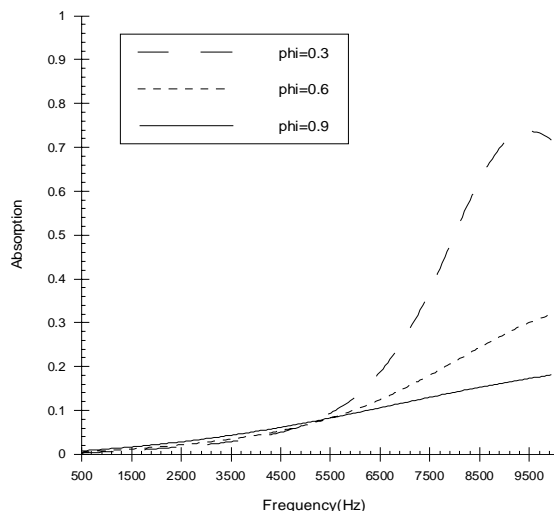


圖 10 孔隙尺寸 $10^{-4}m$

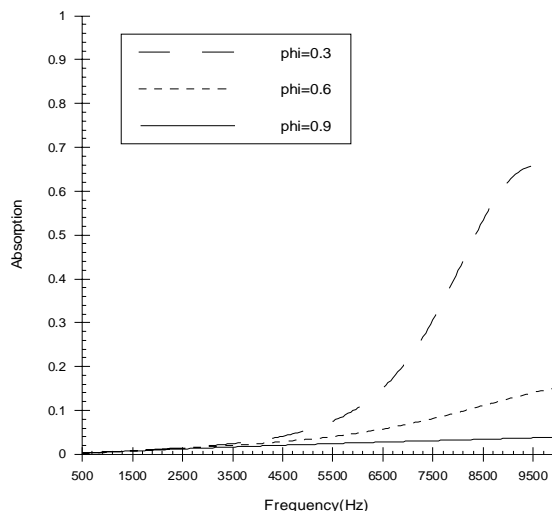


圖 11 孔隙尺寸 $10^{-3}m$

圖 12 為設定孔隙率為 0.3，孔隙尺寸為 $5 \times 10^{-5}m$ ，用各種頻率的聲波從不同角度入射分析，可知不管何種頻率，大約在 20 度就達到臨界角，而造成全反射。原因是聲波在水中傳播的速度，比聲波在鋼材中傳播的速度小很多，所以由 Snell's Law 可知，當聲波傳到鋼板時，就算入射角很小也容易造成全反射的情況。

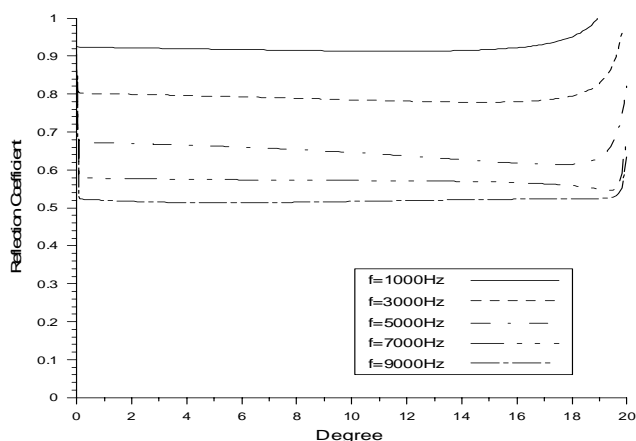


圖 12 不同角度入射聲波頻率與反射係數關係

陸、參考文獻：

1. Biot, M. A., The theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low frequency range., J. Acoust. Soc. Amer., 28, 168-178 (1956).
2. Biot, M. A., The theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. High frequency range., J. Acoust. Soc. Amer., 28, 179-191 (1956).
3. Allard, J. F., Champoux, Y. and Depollier, C., Modelization of layered sound absorbing materials with transfer matrices., J. Acoust. Soc. Amer., 82, 1792-1796 (1987).
4. Stoll, R. D., Acoustic waves in ocean sediments, Geophysics, 42(4), 715-725, 1977.
5. Yamamoto, T., Acoustic propagation in the ocean with a poro-elastic bottom, J. Acoust.

- Soc. Amer., 73(5), 1587-1596, 1983.
6. Stoll, R. D., Experimental studies of attenuation in sediments, J. Acoust. Soc. Amer., 66(4), 1152-1160, 1979.
 7. Stoll, R. D. and Kan, T. K., Reflection of acoustic waves at a water-sediment interface, J. Acoust. Soc. Amer., 70(1), 149-156, 1981.
 8. Allard, J. F., Propagation of Sound in Porous Media: Modelling Sound Absorbing Materials., Elsevier Applied Science, London (1993).
 9. 阮建富, 彈性多孔材與隔音板組合之波傳特性, 國立台灣大學造船及海洋工程研究所碩士論文, 2002 年。