

複合材料平板聲波穿透損失之研究

林輝政 教授

王昭男 教授

郭彥閔 研究生

臺灣大學工程科學及海洋工程學系(所)

(106)台北市大安區羅斯福路四段 1 號

電話：02-3366-5778

E-mail：d92525003@ntu.edu.tw

摘要

本文主要探究空氣中聲波穿透複合材料板殼之穿透聲場，藉以了解複合材料在不同頻率下之隔音能力。以二維平板進行分析，將不同交界面上之邊界條件整理成矩陣形式，透過傳輸矩陣與邊界條件矩陣之串聯，即可組合出聲波在複合材料中傳播之傳輸矩陣，藉而求得聲波入射時之穿透損失；此外也針對不同複合材料疊層安排加以研究，探討其聲音穿透性質。

關鍵字：複合材料、穿透損失、傳輸矩陣法

壹、前言

目前，諸多文獻大都侷限於等向材質之聲場理論探討，至於具備非等向性的複合材料之聲場理論方面，卻少有相關文獻。而複合材料本身的材料性質隨積層的品質而有所不同，加上其獨特的非等向性質亦在聲音特性的分析上造成極大的難題，若再考量複合材料纖維擺角的設計，要正確的估算出其聲音穿透的性質並非易事，有鑑於此，本文建立關於複材板殼的聲場數學模型，以利複材音響球殼之分析能力。

貳、文字正文

一、波動方程式

考慮材料之垂向應力與剪應力，因此其受力產生之位移會受到此兩作用力之影響，今以 ϕ 與 ψ_2 分別為純量位移勢能與向量位移勢能來表示壓縮波與剪力波， ψ_2 之下標 2 代表此向量位移勢能之法線方向為 2 方向，則材料之位移 u 為兩者作用之合成：

$$u = \nabla\phi + \nabla \times \psi_2 \quad (1)$$

因此，非等向性的複材平板之波動方程式可表為：

$$A_1 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_1^2} + A_3 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_3^2} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (2)$$

$$a_1 \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial x_1^2} + a_3 \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial x_3^2} = \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial t^2} \quad (3)$$

二、傳輸矩陣

如圖 1 所示，聲波沿 x_1 、 x_3 平面從流體中由 A 點位置以 θ_i 之角度入射複材平板，再由 B 點出射至流體。此時

$$k_t = k_0 \sin \theta_i = \frac{\omega}{C_0} \sin \theta_i$$

其中， C_0 表示在流體中之波速，則壓縮波與剪力波分別為：

$$\phi = R_1 \exp(j[\omega t - k_{13}x_3 - k_t x_1]) + R'_1 \exp(j[\omega t + k_{13}x_3 - k_t x_1]) \quad (4)$$

$$\psi_2 = R_2 \exp(j[\omega t - k_{23}x_3 - k_t x_1]) + R'_2 \exp(j[\omega t + k_{23}x_3 - k_t x_1]) \quad (5)$$

其中 R_1 與 R_2 為入射波之振幅， R'_1 與 R'_2 為反射波之振幅， k_{13} 、 k_{23} 分別為壓縮波與剪力波之波數。

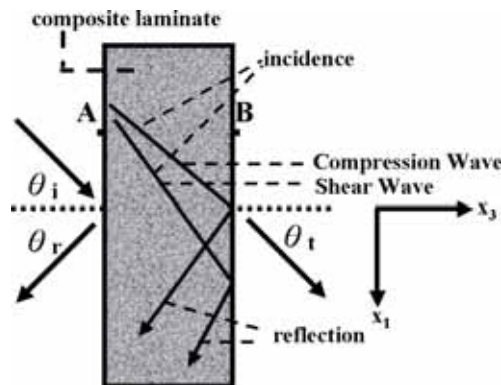


圖 1 聲波入射示意圖

本文並未直接對振幅求解，而是另外尋求四個與波之振幅有關的獨立物理量來取代，分別為 v_1 、 v_3 、 σ_{33} 、 σ_{13} ，令 $[P] = [(R_1 + R'_1), (R_1 - R'_1), (R_2 + R'_2), (R_2 - R'_2)]^T$ ，則合併 v_1 、 v_3 、 σ_{33} 、 σ_{13} 可得到 (6)：

$$\{V_s(x_3)\} = [\Gamma(x_3)][P] \quad (6)$$

$$\text{其中 } \{V_s\} = [v_1^s \quad v_3^s \quad \sigma_{33}^s \quad \sigma_{13}^s]^T$$

$$\{V_s(0)\}_A = [T_s]\{V_s(L)\}_B \quad (7)$$

其中 $[T_s] = [\Gamma(0)] \cdot [\Gamma(L)]^{-1}$ 。

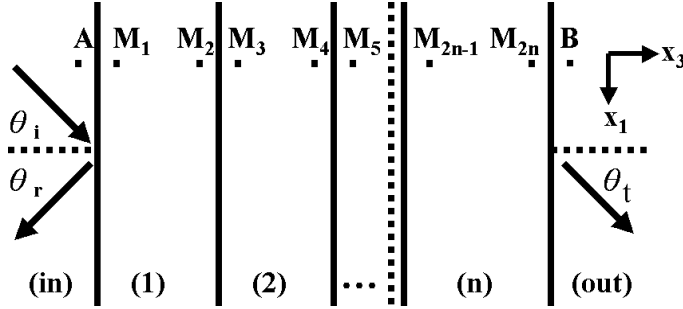


圖 2 界面之轉換矩陣示意圖

假若一多層介質相疊之結構物，如圖 2 所示，其與流體之邊界條件如下：

$$[I_{f,s}]V_f(A) + [J_{f,s}]V_s(M_1) = 0 \quad (8)$$

其中

$$[I_{f,s}] = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [J_{f,s}] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad V_f(A) = \begin{bmatrix} p \\ v_3^f \end{bmatrix}$$

另外，層與層間之條件為：

$$[I_{s,s}]V_s(M_2) + [J_{s,s}]V_s(M_3) = 0 \quad (9)$$

其中

$$I_{s,s} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad J_{s,s} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

依此，可建立從入射面 A 透過面 B 間之聲波傳遞之傳輸矩陣：

$$\left. \begin{array}{l} [I_{f,s}]V(A) + [J_{f,s}][T_1]V(M_2) = 0 \\ [I_{s,s}]V(M_2) + [J_{s,s}][T_2]V(M_4) = 0 \\ \vdots \\ [J_{f,s}]V(M_{2n}) + [I_{f,s}]V(B) = 0 \end{array} \right\} = [D] = 0 \quad (10)$$

結合A點與B點處的邊界條件，若A點處其表面阻抗為 Z_a ，B點處其表面阻抗為 Z_b ，則：

$$p(A) - Z_a v_3(A) = 0 \quad (11)$$

$$Z_b = p(B) / v_3(B) = Z_c / \cos\theta_t \quad (12)$$

其中， Z_c 為空氣之特徵阻抗。將前述公式合併得到：

$$[D]V_D = \begin{bmatrix} -1 & Z_a & 0 & \dots & 0 \\ & & [D] & & \\ 0 & \dots & 0 & -1 & Z_b \end{bmatrix} V_D = 0 \quad (13)$$

其中， $V_D = [V(A) \ V(M_2) \ V(M_4) \ \dots \ V(M_{2n}) \ V(B)]^T$

$[D]$ 為一方陣，利用齊次方程組有非零解(nontrivial solution)， Z_a 即可得知，而反射係數、穿透係數與 Z_a 之關係為：

$$R_a = (Z_a - Z_c / \cos\theta) / (Z_a + Z_c / \cos\theta) \quad (14)$$

$$p(A)[T(\theta)/(1 + R_a)] - p(B) = 0 \quad (15)$$

若聲波為漫散入射(random incidence)，則材料之穿透損失 TL 為：

$$TL = -10 \log_{10} 2 \int_0^{\pi/2} |T(\theta)|^2 \cos\theta \sin\theta \ d\theta \quad (16)$$

三、複合材料平板聲音穿透損失實驗

實驗中主要是準備一複合材料積層平板，即 MUMUMUM。M 為 MAT，U 為 UD，使用的纖維為玻璃纖維，由圖 3，我們可以發現實驗與數值計算兩者的結果差異不大，其穿透損失的趨勢大致相符，這說明了數值計算的結果能表現出複材平板真實的聲音穿透損失狀況。

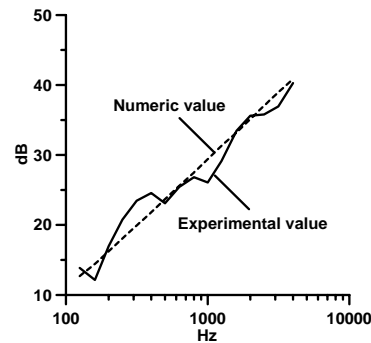


圖 3 MUMUMUM 穿透損失

四、複合材料平板聲音穿透損失數值計算與分析

表 1 為數值計算的材料性質，圖 4 為 UD 的聲音穿透損失，UD 具有強烈的方向性，以三種纖維擺角的情況比較，UD0 即代表纖維擺角與整體座標之 x_1 軸呈 0 度，以此類推，UD45、UD90 即分別為 45、90 度的情況。由圖 4 可知，若纖維擺角越小則其穿透損失則越大。

表 1 材料性質

	MAT	SMC	UD
E_{11} (Pa)	1.2 E+10	1.4 E+10	2.8 E+10
E_{22} (Pa)	1.2 E+10	1.4 E+10	9.6 E+9
G_{12} (Pa)	5.5 E+9	6.9 E+9	4.1 E+9
ν_{12}	0.25	0.3	0.28
Thickness (mm)	0.34	1.62	0.5733

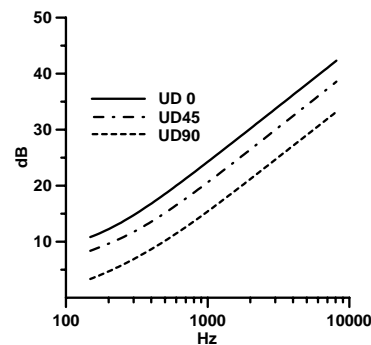


圖 4 單層 UD 材料在空氣中的穿透損失

圖 5 分別將 SMC 以 3 層、4 層、5 層做疊層，檢視其因厚度不同所造成的聲音穿透損失之影響。整體而言，三種厚度的 SMC 積層板，其穿透損失的最大值皆差不多在 54dB 左右，並不因厚度的不同而有所差異，但在低頻區域，穿透損失則隨厚度增加而增加。

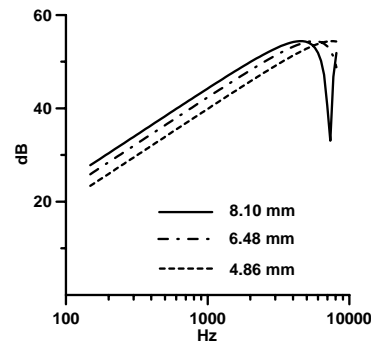


圖5 不同厚度的影響

將MAT、SMC、UD三種複合材料以MAT/UD0/UD90/SMC/UD90/UD0/MAT的安排做疊層，圖6為此種情況下之穿透損失與頻率的關係圖，與前述幾個複合材料積層板相較起來，可以發現此種情況下的穿透損失不管在高頻區或低頻區都要高了許多，亦即可透過恰當的疊層安排，改變複合材料的隔音效果，另外，其厚度較厚亦是影響穿透損失的原因之一。

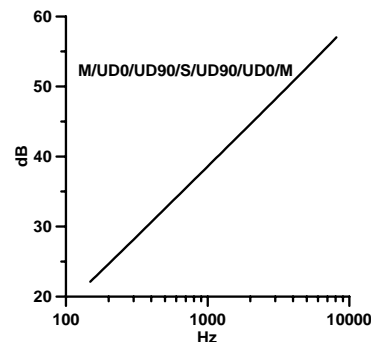


圖 6 組合複材積層板穿透損失

參、結論

本文主要目的在於建立一個預估複材平板聲音穿透損失的數學計算模式，計算過程中不直接求解聲波的振幅，而是另質量、材料剛性、平板厚度等，從單層 UD 的穿透損失分析中可知剛性越大則穿透損失有提高的現象；而就厚度方面的影響來講，在低頻區中，平板越厚則穿透損失越大，但其穿透損失的最大值則不因厚度而有所變化；若將複合材料作恰當的疊層安排，則更能提升其隔音效果；經過與實驗後的結果顯示，本文所提出之計算模式能表現出複合材料的在真實情況下的聲音穿透損失。

肆、參考文獻

- (1) Biot, M. A., Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid., J. Appl. Physics, 26, 182-185 (1955).
- (2) Lagace P. A., Notch Sensitivity of graphite/epoxy fabric laminates, Composites Science and Technology, 26, pp. 95-117(1986)
- (3) Lin H. J. and Y. J. Lee, On the inelastic impact of composite laminated plate and shell structure, Composite Structures, 14, pp. 89-111(1990)
- (4) Lin H. J. and Wang C. N., On FEM-BEM Coupling Analysis for The Interaction of Fluids and Composite Structures, Bulletin of College of Engineering, N.T.U., No. 64, pp. 33-46(June 1995)

